

Corrigé du BTSOL 2002
OPTIQUE GEOMETRIQUE ET PHYSIQUE

Joseph Hormière / Bures sur Yvette

Attention : Ces corrigés n'ont pas valeur de correction officielle. En aucun cas ils ne constituent le cadre de référence des correcteurs.

Première partie : étude d'une loupe

I. Le grossissement commercial de la loupe est relié à sa puissance intrinsèque par :

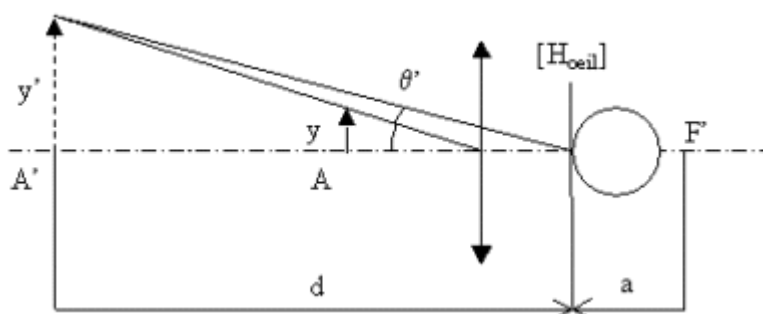
$$G_c = P_i / 4, \text{ ce qui donne } P_i = 4 \times 5 = 20 \text{ d.}$$

La distance focale image est l'inverse de la puissance intrinsèque :

$$f' = 1 / P_i = 1/20 \text{ m soit } f' = 50 \text{ mm}$$

II.1. La puissance de la loupe, mesurée en dioptrie, est le rapport du diamètre apparent de l'image q' , exprimé en radian, à la taille de l'objet y , exprimée en mètre.

$$P = \frac{\theta'}{y} \quad (P, \theta', y) \text{ grandeurs positives}$$



Un calcul avec la puissance définie algébriquement ($P_a = -q' / y$) aurait donné les mêmes résultats car, pour une loupe, y est positif, et q' négatif (angle orienté à partir de l'axe optique et convention trigonométrique).

En posant, $a = F'Hoeil$ et $d = A'Hoeil$ (mesures algébriques),

et en appliquant la relation de grandissement de Newton aux distances images, on obtient :

$$y' / y = - F'A' / f' = - (F'Hoeil + HoeilA') / f' = (d - a) / f'$$

$$\text{d'où l'on tire : } y = y' f' / (d - a) \quad (1)$$

$$\text{Par ailleurs, } \tan q' = q' \text{ (rad)} = y' / A'Hoeil = y' / d \quad (2)$$

$$P = (2) / (1) = (y' / d) / (y' f' / (d - a)) = (d - a) / (d f')$$

$$P = (1 - a/d)P_i$$

Application numérique : $d = 1/3 \text{ m}$ soit 333 mm et $a = -30 \text{ mm}$

$$P = (1 - (-30)/333) 20 \quad \text{ce qui donne, } \mathbf{P = 21,8 \text{ d}}$$

II.2. L'application de la formule définissant la puissance donne :

$$P = \frac{\theta'}{y} \Rightarrow y = \frac{\theta'}{P} = \frac{(1,7 \times 3.10^{-4})}{21,8} = 2,34.10^{-5} \text{ m}$$

soit environ 23 micromètres.

Deuxième partie : étude d'un viseur

I. En appliquant la première formule de Gullstrand, on obtient :

$$1/f'_{oc} = 1/f'_{1} + 1/f'_{2} - e/f'_{1}f'_{2} = 1/3a + 1/3a - 2a/9a^2 = 4/9a$$

$$a = 4 f'_{oc} / 9 = 100/9 \text{ mm}$$

$$\text{donc } f'_{1} = f'_{2} = 3a = 100/3 \quad \mathbf{f'_{1} = f'_{2} = + 33,33 \text{ mm}}$$

$$e = L_1L_2 = 2a = 200/9 \quad \mathbf{L_1L_2 = 22,22 \text{ mm}}$$

II. La méthode des foyers donne :

$$F_{OC} \rightarrow (L_1) \rightarrow F_2 \rightarrow (L_2) \rightarrow \infty$$

$$1/L_1F_{oc} = 1/L_1F_2 - 1/f'_{1} \quad (\text{calcul algébrique})$$

$$\begin{aligned} \text{On en déduit } L_1F_{oc} &= 1 / (1 / L_1F_2 - 1 / f'_{1}) = 1 / (1 / (L_1L_2 + L_2F_2) - 1 / f'_{1}) \\ &= 1 / (1 / (22,22 - 33,33) - 1 / 33,33) \end{aligned}$$

$$\mathbf{L_1F_{oc} = - 8,33 \text{ mm}}$$

III. Le grandissement algébrique de l'objectif est négatif.

La relation de grandissement de Newton appliquée dans l'espace image de l'objectif donne :

$$\gamma_{ob} = - \frac{F'_{ob}A_0}{f'_{ob}} = - 2,5$$

Comme l'observateur emmétrope n'accomode pas, l'image instrumentale est à l'infini et l'image objective [Ao] se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire [Foc].

$$f'_{ob} = - F'_{ob}A_0 / - 2,5 = 120 / 2,5 = + 48 \text{ mm}$$

$$L_0L_1 = L_0F'_{ob} + F'_{ob}F_{oc} + F_{oc}L_1 = 48 + 120 + 8,33 \quad \mathbf{L_0L_1 = 176,33 \text{ mm}}$$

$$\text{IV. } \gamma_{ob} = L_0A_0 / L_0A \quad L_0A = L_0A_0 / \gamma_{ob} = 168 / - 2,5 \quad \mathbf{L_0A = - 67,2 \text{ mm}}$$

V. La puissance du viseur, mesurée en dioptrie, est le rapport du diamètre apparent de l'image instrumentale, exprimé en radian, à la taille de l'objet, exprimé en mètre.

$$P_V = \frac{\theta'}{y}$$

En faisant apparaître la taille de l'image objective y_0 , on obtient :

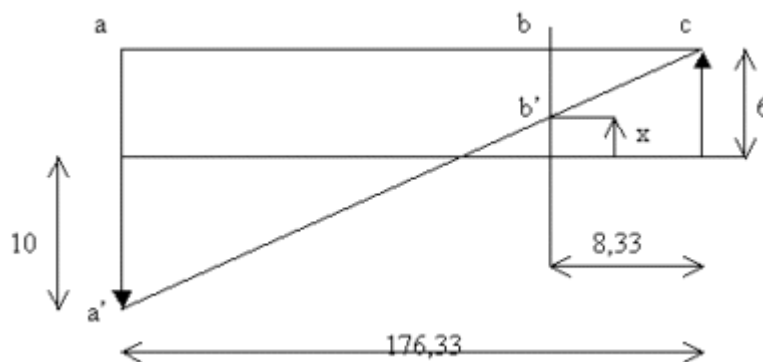
$$P_V = \left(\frac{\theta'}{y_0} \right) \left(\frac{y_0}{y} \right) = P_{i_{oc}} | \gamma_{ob} |$$

L'oculaire convergent a une focale de 25 mm et donc une puissance intrinsèque égale à sa vergence, c'est-à-dire à 40 dioptries.

$$P_V = 40 \times 2,5 \quad \mathbf{P_V = 100 \text{ d}}$$

V

La limite du champ de pleine lumière dans le plan de l'image objective est donnée par l'intersection, avec ce même plan, du rayon qui joint le bord inférieur du diaphragme d'ouverture et le bord supérieur du diaphragme de champ (voir la construction du VII.).



Le rayon du champ de pleine lumière dans le plan de l'image objective est x .

Dans les deux triangles semblables aca' et $cb'b'$ les rapports des côtés homologues sont égaux :

$$aa' / bb' = ac / b'c \quad \text{soit} \quad (6 + 10) / (6 - x) = 176,33 / 8,33 \quad \text{ce qui donne } x = 5,24 \text{ mm}$$

Le diamètre du champ de pleine lumière est égal à 10,5 mm.

Le champ objet de pleine lumière est 2,5 fois plus petit que le champ défini dans le plan de l'image objective.

Le diamètre du champ de pleine lumière objet est égal à 4,2 mm.

Le champ de pleine lumière image (champ apparent) est obtenu à partir de la puissance intrinsèque de l'oculaire :

$$P_{i_{oc}} = 40 \text{ d} = \tan w' / R_{P_{Lo}}, \text{ avec } R_{P_{Lo}} = 5,24 \text{ mm.}$$

Champ de pleine lumière image : $2w'_{PL} = 23,7^\circ$

VII. Construction du faisceau utile à la limite du champ de pleine lumière.

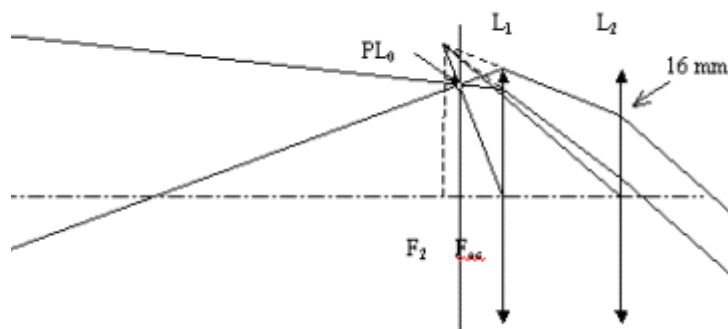
Le bord PL_0 du champ de pleine lumière dans le plan de l'image objective - qui est aussi le plan focal objet de l'oculaire - a pour image, à travers le verre de champ L_1 , le point PL_1 situé dans le plan focal objet du verre d'oeil, et aligné avec PL_0 et le centre optique du verre de champ.

La limite du champ de pleine lumière image est située à l'infini, dans la direction définie par la droite joignant PL_1 au centre optique du verre d'oeil L_2 .

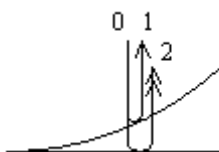
La construction du faisceau à la limite du champ de pleine lumière est représentée sur le schéma ci-dessous.

On mesure le rayon utile de L_2 : 16 mm, à l'échelle 4, soit 4 mm en grandeur réelle.

Le diamètre utile de la monture du verre d'oeil doit donc être au moins égal à 8 mm.



Troisième partie : mesure du rayon de courbure d'une lentille



Un rayon (0) qui arrive sur la lame d'air définie par le dioptre sphérique et le dioptre plan se dédouble sur le premier dioptre.

Les rayons réfléchis (1), sur le dioptre verre/air

et (2), sur le dioptre air/ verre, interfèrent à distance finie, au voisinage de la lame d'air.

Sur le schéma ci-dessus, il n'a pas été tenu compte des angles de réfraction et réflexion (dans la réalité ils sont extrêmement petits).

Les interférences sont localisées au voisinage de la lame d'air*.

* Remarque :

Si l'on admet que les rayons (1) et (2) se coupent très près du dioptre plan, et si l'on assimile la surface de localisation à ce plan, alors les interférences observées à l'aide du viseur se trouvent au dessus de ce plan, à une distance égale à $e(n-1)/n$ (où e est l'épaisseur au centre de la lentille plan-convexe, et n , l'indice de réfraction de la lentille).

II. $d = 2e + \lambda / 2$

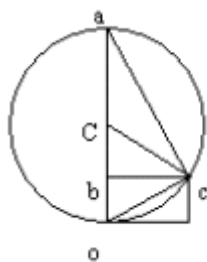
$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$ $\frac{\lambda}{2}$ *déphasage π rad* qui apparaît lors de la réflexion (0-2) sur un milieu plus réfringent.

III.

$$\delta' = 2e + \frac{\lambda}{2} = 2 \left(e_0 + \frac{x^2}{2R} \right) + \frac{\lambda}{2}$$

$x^2 / 2R$ est la flèche, en valeur approchée, de la surface sphérique de rayon R , sur le diamètre $2x$.

La démonstration de cette formule approchée se fait à partir du théorème de Pythagore.



Dans le triangle rectangle Ccb :

$Cc^2 = Cb^2 + bc^2$ (Pythagore)

$R^2 = (R - e)^2 + x^2 = R^2 - 2Re + e^2 + x^2$

$x^2 = 2Re - e^2 \approx 2Re$ (car e est très petit par rapport à R)

d'où $e \approx x^2 / 2R$ (C.Q.F.D.)

IV. Soit p et p^* les ordres d'interférence des deux anneaux considérés.

$$\delta = 2 \left(e_0 + \frac{x^2}{2R} \right) + \frac{\lambda}{2} = p\lambda$$

$$\delta^* = 2 \left(e_0 + \frac{x^{*2}}{2R} \right) + \frac{\lambda}{2} = p^*\lambda$$

Par soustraction on obtient :

$$(x^{*2} - x^2) / 2R = \lambda(p^* - p)$$

Or l'ordre d'interférence, entre le premier anneau noir et le quatrième anneau noir, a varié de trois unités.

$$R = \frac{(x^{*2} - x^2)}{3\lambda} = \frac{(3,1^2 - 1,25^2)}{(3 \times 589,3 \cdot 10^{-6})} = 4552,01$$

$R = 4552 \text{ mm}$