Corrigé du BTSOL 2001
OPTIQUE GEOMETRIQUE ET PHYSIQUE

J.Hormière

Attention : Ces corrigés n'ont pas valeur de correction officielle. En aucun cas ils ne constituent le cadre de référence des correcteurs.

1ère PARTIE

1) On rappelle les deux propriétés remarquables d'un doublet symétrique, diaphragmé en son centre :

- les points cardinaux-objet et -image sont symétriques par rapport au milieu du doublet ;
- les pupilles d'entrée et de sortie appartiennent aux plans principaux du doublet.

Appliquons la deuxième formule de Gullstrand :

O_1H_{ob}= e f ' / f '$_2$ = 10 x 50 / 95 = 100 / 19 = 5,26 **O_1H_{ob} = + 5,26 mm**

Par symétrie, $O_2H'_{ob}$ = - O_1H_{ob} **$O_2H'_{ob}$ = - 5,26 mm**

2a) La pupille d'entrée est le conjugué objet du diaphragme d'ouverture à travers L_1.
La relation de conjugaison nous donne :

1 / O_1P_e = 1 / O_1D_O – 1 / f '$_1$ = 1 / 5 – 1 / 95 = (19 – 1) / 95 = 18 / 95

donc O_1P_e = 95 / 18 **O_1P_e = + 5,28 mm**

Remarque :Ce résultat est quelque peu différent de O_1H_{ob} ; cela vient du fait que l'une au moins des trois valeurs numériques données au début (f ', f '$_1$, e), et qui sont liées, a été arrondie.

2b) Un rayon intermédiaire passant par le centre O du diaphragme d'ouverture est associé à un rayon entrant dans le doublet et un rayon sortant, parallèles entre eux (pour des raisons de symétrie par rapport à ce point O). Les intersections de ces rayons avec l 'axe optique donnent les points nodaux du doublet, qui sont confondus avec les points principaux, car les milieux extrêmes sont identiques.

On a donc bien les conjugaisons suivantes à travers les deux lentilles :

$H \equiv P_e \rightarrow O \rightarrow H' \equiv P_S$

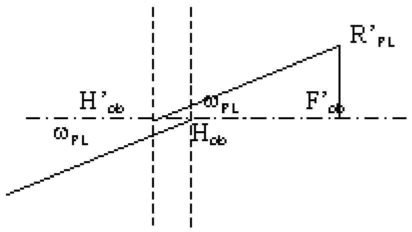
En résumé,

- **la pupille d'entrée appartient au plan principal objet** ;
- **la pupille de sortie appartient au plan principal image**

3a) N = f ' / ∅(P_e) = 2 → ∅(P_e) = f ' / 2 = 50 / 2 = 25 mm

Le grandissement entre ∅(P_e) et D_O est égal à O_1D_O / O_1P_e = 5 / 5,28 = 1 / 1,056, d'où ∅(D_O) = ∅(P_e) / 1,056 = 25 / 1,056 = 23,67 **∅(D_O) = 23,7 mm**

3b) La demi-diagonale du format est R'_{PL}= Racine($24^2 + 36^2$) / 2 = 21,63 mm



Un rayon objet passant par le bord inférieur du champ de pleine lumière objet et le point nodal objet de l'objectif (N_{ob} confondu avec H_{ob}) est réfracté parallèlement à lui-même. Le rayon image passe par N'_{ob} confondu avec H'_{ob}.

$\tan \omega_{PL} = R'_{PL} / f'_{ob} = 21{,}63 / 50$ → $\omega_{PL} = 23{,}39°$ **$2\ \omega_{PL} = 46{,}8°$**

3c)

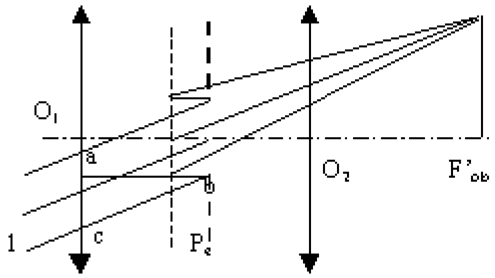


Schéma de principe

(on pourra l'améliorer en respectant les échelles imposés et les conventions usuelles de tracé) : le faisceau objet à la limite inférieure du champ de pleine lumière s'appuie sur P_e et est incliné de ω_{PL} par rapport à l'axe optique. On trouve facilement le rayon d'ouverture de la lentille L_1 en considérant le triangle abc : $R_{L1} = O_1a + ac = R_{Pe} + ac$, avec $ac = O_1P_e.\tan\omega_{PL}$,

soit $R_{L1} = 12{,}5 + 5{,}28 \times 21{,}63 / 50 = 14{,}78$ mm

le diamètre minimum à donner à L_1 est donc : **$\varnothing L_1 = 2\ R_{L1} = 29{,}6$ mm**

2ème PARTIE

1) Le doublet mince achromatique satisfait deux conditions :

- $D = D_3 + D_4$ (doublet mince accolé)
- $D_3 / \nu_3 + D_4 / \nu_4 = 0$ (achromatisme)

Ce système linéaire de deux équations à deux inconnues est résolu par substitution :

$D_4 = - \nu_4 D_3 / \nu_3$

$D_3 - \nu_4 D_3 / \nu_3 = D_3 (1 - \nu_4 / \nu_3) = D$ → $D_3 = D / (1 - \nu_4 / \nu_3)$ & $D_4 = D - D_3$

Numériquement, $D = 1 / f' = 1000 / 106 = 9{,}43\ \delta$

$D_3 = 9{,}43 / (1 - 35 / 65) = 9{,}43 \times 13 / 6 = 20{,}43$ **$D_3 = + 20{,}43\ \delta$**

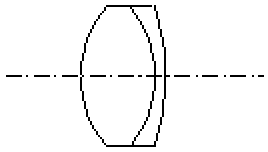
$D_4 = D - D_3 = 9{,}43 - 20{,}43 = - 11$ **$D_4 = - 11{,}00\ \delta$**

2) La vergence de la lentille équiconvexe est :

$D_3 = (n_3 - 1)(1 / R_{31} - 1 / R_{32}) = 2(n_3 - 1) / R_{31}$ → $R_{31} = 2(n_3 - 1) / D_3$

$R_{31} = 2\ (1{,}519 - 1) / 20{,}43 = 0{,}0508$ m **$R_{31} = - R_{32} = 50{,}8$ mm**

Pour la seconde lentille :

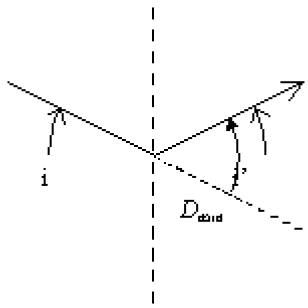


$D_4 = (n_4 – 1)(1 / R_{41} – 1 / R_{42})$ avec $R_{41} = R_{32} = - 50,8$ mm

donc, $R_{42} = 1 / (1 / R_{32} – D_4 / (n_4 – 1)) = 1 / (1000 / - 50,8 + 11 / (1,628 – 1)) = - 0,4610$ m

R_{42} = - 461 mm

3)



La seconde lentille du doublet est un ménisque divergent (ménisque à bord large).

3ème PARTIE

1) Un point objet à l'infini dans la direction de l'axe optique a pour images successives F'_5 et F'. La conjugaison des deux derniers points s'écrit :

$1 / O_6F' - 1 / O_6F'_5 = 1 / f'_6$, soit

$1 / O_6F' - 1 / (O_6O_5 + O_5F'_5) = 1 / f'_6$

$1 / O_6F' = 1 / (- 5a + 8a) – 1 / 4a = 1 / 3a – 1 / 4a = 1 / 12a$ $\rightarrow$ $O_6F' = 12$ a

$O_5F' = O_5O_6 + O_6F' = 5a + 12a = 17a = 106$ mm , d'où **a = 6,24 mm**

2) La première formule de Gullstrand donne :

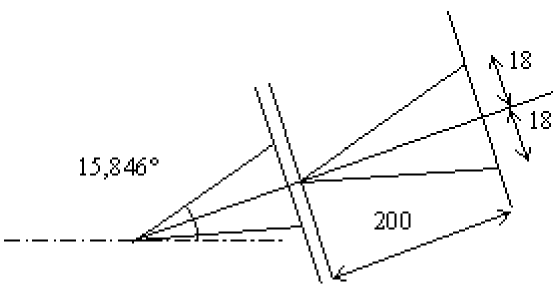
$1 / f' = 1 / f'_5 + 1 / f'_6 – O_5O_6/ f'_5f'_6 = 1 / 8a – 1 / 4a + 5a / (8a.4a) = (4 – 8 + 5) / 32a$

$= 1 / 32a \rightarrow f' = 32a = 32 \times 6,24 = 199,68$ **f ' = 200 mm**

3) **À encombrement constant (distance entre la première lentille et le plan focal image) le doublet (L_5, L_6) a une focale deux fois plus grande que le doublet (L_3, L_4).**

4ème PARTIE

1a)



Les angles i et i' sont orientés. Dans la convention trigonométrique, i > 0 et i' < 0.

Du fait de la symétrie, i = - i'.

En outre D_{min} = 2 i' = 31° 42' = 30° 102'

donc i' = D_{min} / 2 = 15° 51'

et **i = - 15° 51'**

1b) La différence de marche dans l'ordre 2 s'écrit : $\delta = a(\sin i' – \sin i) = k.\lambda$

avec a, pas du réseau et k, ordre de diffraction considéré.

Au minimum de déviation, la relation devient, a(sini' + sini') = 2a sini' = 2.λ, d'où

a.sini' = λ → a = λ / sini' = 546,1 / sin(15° 51') = 1999,49 nm soit environ 2000 nm

on en déduit le nombre de trait par millimètre **n = 500 traits / mm**

2a) La différence de marche se simplifie en : δ = a.sini' = λ

λ = 546,1 nm → sini' = 546,1 / 2000 → i' = 15,846°

λ = 577,0 nm → sini' = 577 / 2000 → i' = 16,768°

λ = 579,1 nm → sini' = 579,1 / 2000 → i' = 16,831° donc Δi' = 0,063°

Le doublet jaune est très proche de la raie verte, donc de F' dans le plan du film.

On peut faire l'approximation des petits angles et écrire :

Δx = f '. Δi' avec Δi' en radian.

Δx = 200 x 0,063 x 3,1416 / 180 = 02199 mm **Δx = 0,22 mm**

Remarque : On aurait pu également différencier la différence de marche :

a.cosi'.di' = dλ, et calculer i' pour une valeur moyenne de λ (par exemple 578 nm).

2b) Le pouvoir de résolution théorique est $\Re$ = λ / $\Delta\lambda$ = k.N = N

N, nombre minimum de traits du réseau utilisés.

N = 578 / 2,1 = 275,23 **N = 276**

2c)

Calculons les angles extrêmes i'.

i'_{max} = Arctan(18 / 200) + 15,846 = 20,989°

i'_{min} = - Arctan(18 / 200) + 15,846 = 10,703°

On en déduit les longueurs d'onde extrêmes dans l'ordre 1 :

λ_{max} = 2000 sin(20,989) = 716,4 nm

λ_{min}= 2000 sin(10,703) = 371,4 nm

Comme ces valeurs sont extérieures au domaine spectral considéré (404,7 nm ; 690,7 nm),

le spectre de l'ordre 1 sera photographié en entier.