Corrigé du BTSOL 2003
OPTIQUE GEOMETRIQUE ET PHYSIQUE

Joseph Hormière / Bures sur Yvette

Attention : Ces corrigés n'ont pas valeur de correction officielle. En aucun cas ils ne constituent le cadre de référence des correcteurs.

I / Étude de l'oculaire

1) L'oculaire, de grossissement commercial 6,25, a une puissance intrinsèque quatre fois plus grande, donc égale à 25 dioptries, et une focale de 1/25 ème de mètre soit 40 mm.

$$G_C = P_i(\delta)/4\,\delta \rightarrow \; P_i(\delta) = 6{,}25 \times 4\,\delta \; = 25\,\delta$$
$$P_i(\delta) = 1/f'(m) \rightarrow f' = 1/25 \text{ m soit } f' = +40 \text{ mm}$$

Si le symbole du doublet est donné par la suite des trois nombres p, q, r, alors

$f'1 = p.a \qquad e = q.a \qquad f'2 = r.a \qquad$ Ici $p = 3$, $q = 2$ et $r = 1$

En reportant dans la première formule de Gullstrand on obtient :

$1/f' = 1/f'1 + 1/f'2 – e/f'1f'2 = 1/3a + 1/a – 2a/(3a.a) = (1 + 3 – 2)/3a = 2/3a$

Il s'ensuit : $a = 2f'/3 = 2 \times 40/3 = 80/3$ mm soit environ 26,67 mm
et <u>f'1 = + 80 mm ; e = 53,33 mm ; f'2 = 26,67 mm</u>

La méthode des foyers donne :

$$\infty - (L_1) \rightarrow F'_1 - (L_2) \rightarrow F' \quad \text{et} \quad F - (L_1) \rightarrow F_2 - (L_2) \rightarrow \infty$$

En appliquant la relation de conjugaison des lentilles minces avec origine au centre optique et valeurs algébriques pour les distances

$$1/O_2F' = 1/O_2F'_1 + 1/f'_2 = 1/(O_2O_1 + O_1F'_1) + 1/f'_2 = 1/(-53{,}33 + 80) + 1/26{,}67$$
$$\rightarrow \underline{O_2F' = +13{,}33 \text{ mm}}$$
$$1/O_1F = 1/O_1F_2 - 1/f'_1 = 1/(O_1O_2 + O_2F_2) - 1/f'_1 = 1/(53{,}33 - 26{,}67) - 1/80$$
$$\rightarrow \underline{O_1F = +40 \text{ mm}}$$

2) Le foyer objet F est situé après la première lentille de l'oculaire ; c'est donc un point objet virtuel. En conséquence, l'<u>oculaire est négatif</u>.

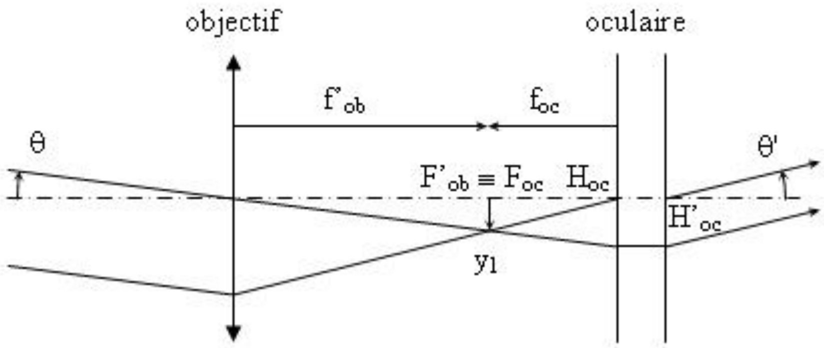
$$f'_1 + f'_2 = a(p + r) = a(3 + 1) = 4a = 2 \times 2a = 2 \times qa = 2e$$

La condition d’achromatisme apparent est satisfaite (à condition que les deux verres de l’oculaire aient même nombre d’Abbe).

II / Caractéristiques de la lunette

1) Le grossissement de la lunette G est le rapport du diamètre apparent de l’image instrumentale θ’’ au diamètre apparent de l’objet θ’.

$$G = \theta'/\theta$$



Les angles θ’’ et θ’étant supposés petits, leur rapport est égal à celui de leurs tangentes.

Si l’on fait un calcul en valeur algébrique avec les conventions usuelles de signe :

$$G_a = \theta'/\theta = \tan\theta'/\tan\theta = (y_1/f_{oc}) / (y_1/f'_{ob}) = f'_{ob}/f_{oc} = 320/(-40) = -8$$

Avec un calcul en valeur absolue :

$$G = |\theta'/\theta| = |\tan\theta'/\tan\theta| = |(y_1/f_{oc}) / (y_1/f'_{ob})| = |f'_{ob}/f_{oc}| = 320/40 = 8$$

Le grossissement algébrique négatif indique que l'image est renversée par rapport à l’objet, ou plus précisément que cette image est vue « à l’envers » par l’observateur.

Géométriquement, le faisceau issu d’un point objet situé à l’infini dans une direction au dessus de l’axe optique (voir schéma ci-dessus) donne un faisceau image à travers la lunette qui semble, pour l’observateur placé après l’oculaire, provenir d’un point virtuel, éloigné, situé dans une direction en dessous de l’axe optique. D’où la perception d’une image renversée.

2) L’encombrement de l’instrument est défini par la distance qui sépare les lentilles extrêmes :

$$E = L_0L_2 = L_0F'_0 + F'_0F_{oc} + F_{oc}L_1 + L_1L_2 = 320 + 0 - 40 + 53{,}33$$

$$\rightarrow \underline{E = 333{,}33 \text{ mm}} \qquad \text{soit environ } \underline{334 \text{ mm}}$$

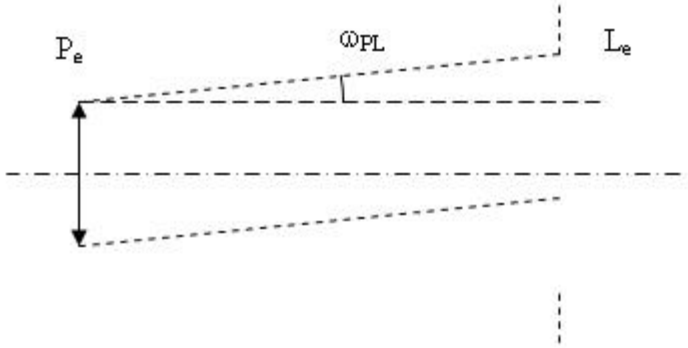
3a) Comme l’objet est à l’infini, le demi-champ objet de pleine lumière correspond à la plus grande inclinaison du faisceau utile qui traverse la lucarne d’entrée sans diaphragmation.

La pupille d'entrée P_e est le conjugué objet du diaphragme d'ouverture à travers les composants optiques qui le précèdent. Ici, elle est confondue avec l'objectif L_0.

La lucarne d'entrée L_e est le conjugué objet du diaphragme de champ à travers les composants optique qui le précèdent. Ici, le conjugué objet de L_1 à travers L_0 s'obtient aisément :

$$1/L_0L_e = 1/L_0L_1 - 1/f'_0 = 1/(320 - 40) - 1/320 \quad \rightarrow \quad L_0L_e = 2240 \text{ mm}$$

$$\varnothing L_e = \varnothing L_1 \times L_0L_e / L_0L_1 = 20 \times 2240 / 280 = 160 \text{ mm}$$



$$\tan\omega_{PL} = (R_{L_e} - R_{P_e})/L_eP_e = (80 - 15)/2240 = 0{,}029$$

$$\rightarrow \quad \omega_{PL} = 1{,}66° \quad \text{et} \quad \underline{2\ \omega_{PL} = 3{,}32°}$$

3b) Les champs image et objet sont dans le rapport du grossissement, d'où si l'on suppose les angles petits :

$$\omega'_{PL} = 8\ \omega_{PL} = 8 \times 1{,}66 = 13{,}28° \quad \text{et} \quad \underline{2\ \omega'_{PL} = 26{,}6°}$$

Remarque : Le calcul avec les tangentes – également acceptable – aurait donné 26,1°.

3c) Le champ de contour peut être éliminé en plaçant <u>dans le plan d'une image réelle</u> un diaphragme et en donnant à celui-ci le <u>diamètre du champ de pleine lumière à cet endroit-là</u>.

Les deux images intermédiaires de l'objet sont dans les plans [F'_0], confondu avec [F_{oc}], et [F_2].
L'oculaire étant négatif, le premier de ces deux plans est virtuel. Il ne peut donc être utilisé. Reste le second plan. Situé entre L_1 et L_2, il est bien réel.

Le champ de pleine lumière en [F_2] est le conjugué objet du champ image à travers L_2.
La relation image/objet fait intervenir la distance focale de L_2 :

$$\tan\omega'_{PL} = R_{PL2}/f'_2 \ \rightarrow \ \varnothing PL_2 = 2\ f'_2 \tan\omega'_{PL} = 2 \times 26{,}67 \times \tan 13{,}28 = 12{,}59 \cong \underline{12{,}6 \text{ mm}}$$

Remarque : Le calcul avec les tangentes pour ω'_{PL} (voir plus haut) aurait donné 12,4 mm

3d)

- On place sur le schéma les trois lentilles, les plans (F'_0], [F_2] et les trois diaphragmes (L_0, L_1 et PL_2 en [F_2]).
- On construit le conjugué objet du bord inférieur b_2 de PL_2 à travers L_1, en joignant ce point au centre optique de L_1 et en recherchant l'intersection b_1 de ce segment avec [F_0].
- On trace le faisceau utile à la limite du champ de pleine lumière dans le premier espace intermédiaire en joignant b_1 aux bords de L_0. La partie du faisceau entre L_1 et L_2 est virtuelle. Le faisceau coupe le plan de la lentille L_1 sur les bords du diaphragme de champ.
- La direction du faisceau parallèle objet sera obtenue en traçant la droite qui passe par b_1 et O_1.
- Le faisceau utile dans le second espace intermédiaire a pour sommet b_2 ; il s'appuie sur les bords du diaphragme de champ.
- Enfin le faisceau image parallèle a pour direction la droite b_2O_2.

4) La limite de résolution objet due à la diffraction est donnée, en radian, par :

$$LR_{diff} = 1{,}22\lambda/2R_0 = 1{,}22 \times 550\ 10^{-6}/30 = 2{,}24\ 10^{-5}\ \text{rad}$$

La limite de résolution due à l'œil est

$$LR_{oeil} = 4\ 10^{-4}/G = 4\ 10^{-4}/8 = 5\ 10^{-5}\ \text{rad}$$

La limite de résolution de l'association instrument + œil est le plus grand de ces deux résultats, à savoir

$$\underline{5\ 10^{-5}\ \text{rad}},\ \text{soit } 5\ 10^{-5} \times 180 \times 60 \times 60\ /\ \pi = \underline{10{,}3\ ''}$$

Ainsi, <u>c'est l'œil qui limite la résolution de l'ensemble</u>

III / Vérification du grossissement

1) L'objet y_C en M donne à travers (C) une image à l'infini de diamètre apparent θ', tel que

$$\theta = y_c/f'_c \qquad (1)$$

La lunette donne de cette image à l'infini une image intrumentale, également à l'infini, de diamètre apparent θ'', tel que

$$\theta' = G.\theta \qquad (2)$$

Enfin, l'objectif de projection donne de l'image instrumentale une image réelle y'_{ob}, telle que :

$$y'_{ob} = f'_{ob}.\theta' \qquad (3)$$

Les trois équations précédentes donnent la relation demandée :

$$G = |g_y|\, f'_c/f'_{ob}$$

En valeur algébrique, on aurait obtenu :

$$G_a = -\, g_y\, f'_c/f'_{ob}$$

Application numérique : G = (81/25)(500/200) = <u>8,1</u>

Cette valeur est en accord à 1/80e près (incertitude relative de 1,25%) avec la valeur calculée au II.1.

IV / Transformation de la lunette astronomique en lunette terrestre

1) Les prismes ont pour fonction :

- de <u>redresser l'image objective</u> et donc de permettre à l'observateur de <u>voir « à l'endroit »</u> à travers les jumelles ;
- de <u>réduire l'encombrement longitudinal de l'instrument</u> en repliant les faisceaux lumineux par réflexion.

2) Le champ objet à 1000 m est $L = 2 \times 1000 \times \tan \omega_{PL} = 2 \times 1000 \times 65 / 2240 =$ <u>58 m</u>

3) Le premier nombre « 8 » correspond au grossissement des jumelles, et le second « 30 », au diamètre en millimètre de l'ouverture de l'objectif.

V / Optique physique

1) Pour 1 dioptre $T = 1 - R = 1 - [(1{,}52 - 1)/(1{,}52 + 1)]^2 = \underline{0{,}9574}$

Pour la lunette comportant 3 lentilles et donc 6 dioptres,

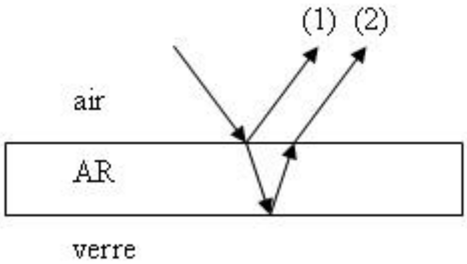
$$T_L = T^6 = 0{,}9574^6 = 0{,}77 \text{ soit } \underline{77\%}$$

2) Le traitement antireflet utilise le principe des <u>interférences destructives</u>.

On suppose la lumière monochromatique.
Un rayon tombant sur la couche antireflet (AR) est dédoublé en :

- un rayon (1) réfléchi sur le dioptre air/AR,
- un rayon (2) réfléchi sur le dioptre AR/verre.

Compte-tenu de la petitesse de l'épaisseur de l'antireflet, la différence de marche entre ces deux rayons est très faible (inférieure de toute façon à la longueur de cohérence). Ils peuvent interférer.



- Les interférences sont destructives si les vibrations (1) et (2) sont en opposition de phase. L'intensité vibratoire est alors minimum.
- Le reflet est totalement éteint si, de plus, les amplitudes des deux vibrations sont égales.

La première condition définit l'épaisseur de l'antireflet, et la seconde son indice de réfraction. L'antireflet est optimisé pour un angle d'incidence donné (en général 0°) et une longueur d'onde particulière.

En lumière polychromatique et incidence oblique, les performances de l'antireflet diminuent.

3) L'indice théorique du matériau idéal serait :

$n_{ar} = \sqrt{n_v} = \sqrt{1,52} = \underline{1,23}$

4) Comme les indices vont croissant, de l'air vers le verre (1 $<n_c <n_v$), les deux réflexions sont de même nature et la différence de marche, en incidence normale est :</n</n

$$\delta = 2n_c e_c$$

Comme les vibrations sont en opposition de phase, $\phi = (2k+1)\pi$

La relation entre déphasage et différence de marche étant $\phi = 2\pi\delta/\lambda$, la condition d'épaisseur s'écrit :

$$e_c = (2k+1)\lambda/4n_c$$

La première solution (k = 0) est choisie, car c'est celle qui donne la meilleure efficacité de l'antireflet en lumière polychromatique et incidence oblique.

$$e_c = \lambda/4n_c = 560/(4 \times 1,35) = \underline{103,7\ nm}$$