BTS OPTICIEN LUNETIER session 2005
Optique géométrique et physique _ U.42
Corrigé

OPTIQUE GEOMETRIQUE

I.

1) La condition d'achromatisme d'un ensemble de deux lentilles accolées est :

$$\frac{D_1}{\nu_1} + \frac{D_2}{\nu_2} = 0$$

D_1 et D_2, vergences respectives de L_1 et L_2

2)
$$\begin{cases} \dfrac{D_1}{\nu_1} + \dfrac{D_2}{\nu_2} = 0 & (1) \\ D_1 + D_2 = D_{obj.} & (2) \end{cases}$$

D'après (1) : $\nu_2 D_1 + \nu_1 D_2 = 0$

D'après (2) : $D_2 = D_{obj.} - D_1$

D'après (1) et (2) : $\nu_2 D_1 + \nu_1(D_{obj.} - D_1) = 0$

$\nu_2 D_1 + \nu_1 D_{obj.} - \nu_1 D_1 = 0$

$D_1(\nu_1 - \nu_2) = \nu_1 D_{obj.}$

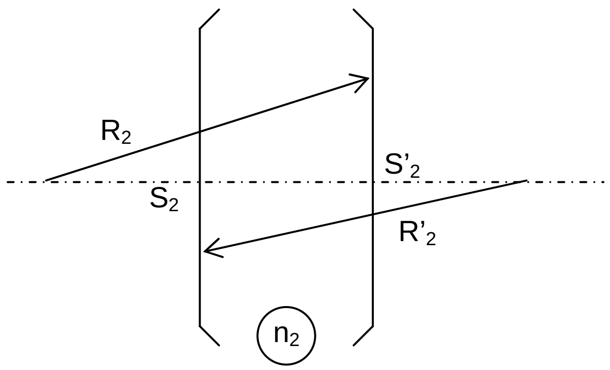
$$D_1 = \frac{\nu_1 D_{obj}}{\nu_1 - \nu_2} = \frac{38{,}2 \times 4{,}2}{38{,}2 - 60{,}3}$$

$D_1 = -7{,}26\delta$

D'après (2) $D_2 = 4{,}2 + 7{,}26$

$D_2 = 11{,}46\delta$

L_2 est la lentille équiconvexe donc $R_2 = -R'_2$, L_2 est mince.



$$D_2 = \frac{n_2 - 1}{R_2} + \frac{1 - n_2}{R'_2}$$

$$D_2 = \frac{n_2 - 1}{R_2} + \frac{n_2 - 1}{R_2}$$

$$D_2 = \frac{2(n_2 - 1)}{R_2}$$

$$\text{donc } R_2 = \frac{2(n_2 - 1)}{D_2} = \frac{2\,(1{,}516 - 1)}{11{,}46}$$

$R_2 = 90{,}05\text{mm}$ et $R'_2 = -\,90{,}05\text{mm}$

L_1 est mince et accolées à L_2 donc $R'_1 = R_2 = 90{,}05\text{mm}$

$$D_1 = \frac{n_1 - 1}{R_1} + \frac{1 - n_1}{R'_1}$$

$$D_1 = \frac{n_1 - 1}{R_1} + \frac{1 - n_1}{R_2}$$

$$D_1 = (n_1 - 1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

$$\frac{D_1}{(n_1 - 1)} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{1}{\left[\dfrac{D_1}{n_1 - 1} + \dfrac{1}{R_2}\right]} = \frac{1}{\left[\dfrac{-\,7{,}26}{1{,}653 - 1} + \dfrac{1}{90{,}05.10^{-3}}\right]}$$

$R_1 = -\,77{,}42\text{m}$

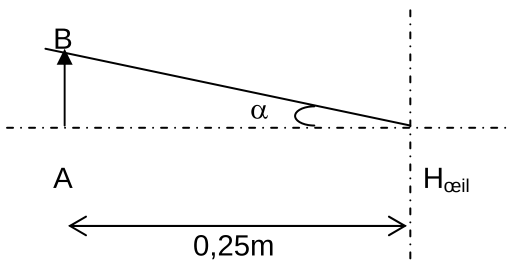
La lentille divergente L_1 est biconcave, puisque R_1 est très grand, nous pouvons la considérée plan-concave

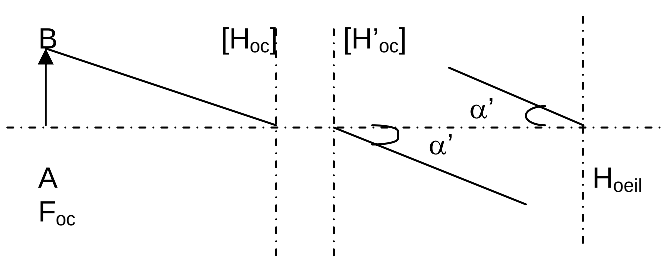
II.

1) le grossissement commercial de l'oculaire est x15.

Schéma de principe :

$$\underset{[F_{oc}]}{AB} \xrightarrow{\text{Oc.}} \underset{\infty}{A'B'} \text{ : condition intrinsèque}$$





$$Gc = \left| \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} \right| \qquad \text{avec } \tan \alpha' = \frac{AB}{f'oc} \qquad \text{et } \tan \alpha = \frac{AB}{0,25}$$

$$Gc = \tan \alpha' \times \frac{0,25}{AB} = \frac{Pi}{4}$$

donc $Pi = 4\ Gc = 4 \times 15$
$Pi = 60\delta$

$$Pi = \frac{\tan \alpha'}{AB} = \frac{AB}{f'oc} \times \frac{1}{AB} = \frac{1}{f'oc}$$

D'où $f'oc$ 16,67mm

2)

$$f'oc = \frac{f'_3\ f'_4}{f'_3 + f'_4 - e}$$

le doublet est symétrique : $f'_3 = f'_4$

$$\frac{f'_3}{3} = \frac{e}{2} = \frac{f'_4}{3} = a$$

$$f'oc = \frac{f'^2_3}{2\,f'_3 - \frac{2}{3}\,f'_3}$$

donc $f'3 = \frac{4}{3}\,f'oc$

d'où $f'_3 = f'_4$ = 22,23mm et e = 14,82mm

donc $\overline{L_3Hoc} = e\,(f'oc/f'_3)$ = 11,11mm

$\overline{L_3Foc} = \overline{L_3H_{oc}} + \overline{H_{oc}F_{oc}}$ = - 5,56mm

L'oculaire est symétrique : $\overline{L_4H'oc} = -\,\overline{L_3Hoc}$ = - 11,11mm

$\overline{L_4F'oc} = -\,\overline{L_3Foc}$ = 5,56mm

$L_3Foc < 0$, Foc est alors réel, l'oculaire est positif.

La relation d'achromatisme apparent pour deux lentilles non accolées et de même indice est :

$$f'3 + f'4 = 2e$$

ici $f'3 + f'4$ = 44,46mm et 2e = 29,64mm
la relation n'est pas vérifiée, l'oculaire n'est pas achromatique.

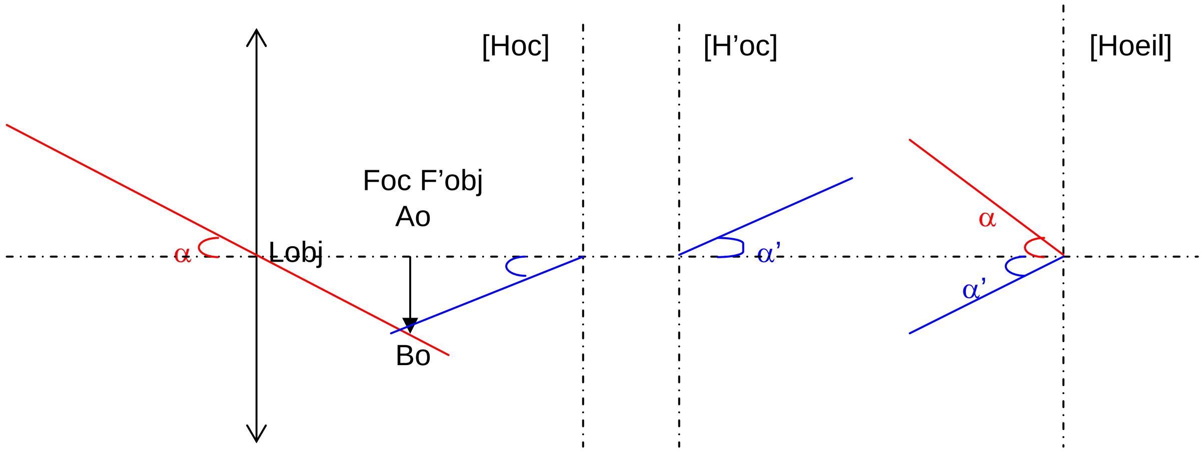
III.

1) $$\underset{\infty}{AB} \xrightarrow{\text{Obj}} \underset{\substack{[F'obj] \\ [Foc]}}{AoBo} \xrightarrow{L_3} \underset{[F_4]}{A3B3} \xrightarrow{L_4} \underset{\infty}{A'B'} \xrightarrow{\text{oeil}} \underset{\substack{R=0 \\ Acc=0}}{[R']}$$

$$G = \left| \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} \right|$$

α' : l'angle sous lequel est vue l'image
α : l'angle sous lequel est vu l'objet

schéma de principe :



$$G = \left| \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} \right|$$

$\tan \alpha' = AoBo / f'oc$ et $\tan \alpha = AoBo / f'o$

donc $G = f'o / f'oc$ avec $f'o = 1 / Dobj = 238{,}10mm$

$G = 14{,}28$

2) $$D.O. \equiv Lobj \xrightarrow{oc} Ps \equiv C.O.$$

$\overline{F_{oc}\,D.O.} \times \overline{F'_{oc}\,C.O.} = -f'_{oc}$

$\overline{F_{oc}\,D.O.} = \overline{F'_{obj}\,C.O.}$ puisque $F'_{oc} \equiv F'_{obj}$

$\overline{F'_{oc}\,C.O.} = -f'_{oc} / \overline{F_{oc}\,D.O.}$

$\overline{F'_{oc}\,C.O.} = 1{,}17mm$

D'où $\overline{L_4\,C.O.} = \overline{L_4F'_{oc}} + \overline{F'_{oc}\,C.O.}$

$\overline{L_4\,C.O.} = 6{,}73mm$

$$\frac{\varnothing C.O.}{\varnothing D.O.} = |\gamma_{oc}| \qquad \text{et} \qquad |\gamma_{oc}| = -f_{oc} / \overline{F_{oc}D.O.} = 0{,}07$$

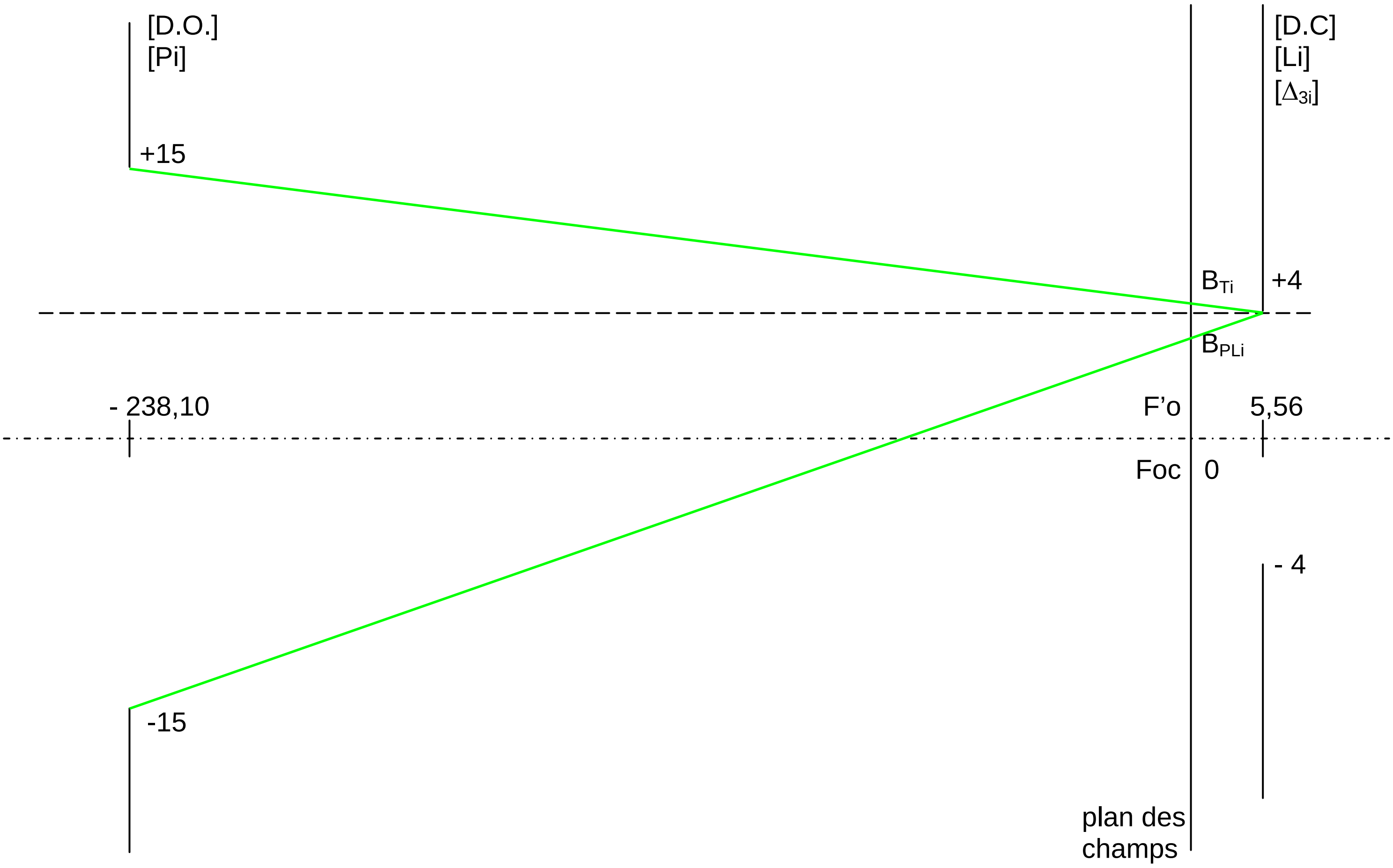
d'où $\varnothing C.O. = \varnothing D.O. \times |\gamma_{oc}|$

$\varnothing C.O. = 2{,}1mm$

3) Etude des champs dans l'espace Lobj – L_3

Le plan des champs est en [F'o] ≡ [Foc]

Le diamètre de L4 n'est pas donné ; il ne limite pas les champs et n'intervient pas dans l'étude.



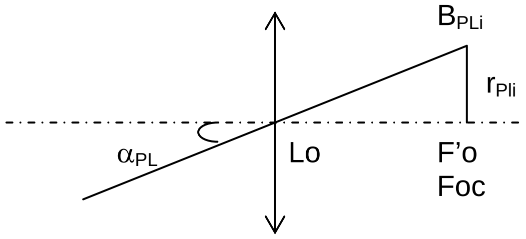
B_{Pli} est le bord du champ de pleine lumière $F'oB_{PLi} = r_{Pli}$. r_{PLi} : rayon du champ de pleine lumière dans l'espace d'étude.

- Calcul de r_{Pli}

Dans les triangles semblables :

$$\frac{4+15}{243{,}66} = \frac{4 - r_{PLi}}{5{,}56} \qquad \text{donc } r_{Pli} = 3{,}57mm$$

- Calcul du champ objet de pleine lumière :



$$\tan \alpha_{PL} = \frac{r_{PLi}}{f'o} \qquad \text{d'où } \alpha_{PL} = 0{,}86°$$

le diamètre angulaire du champ de pleine lumière objet est $2\alpha_{PL}$ = 1,72°

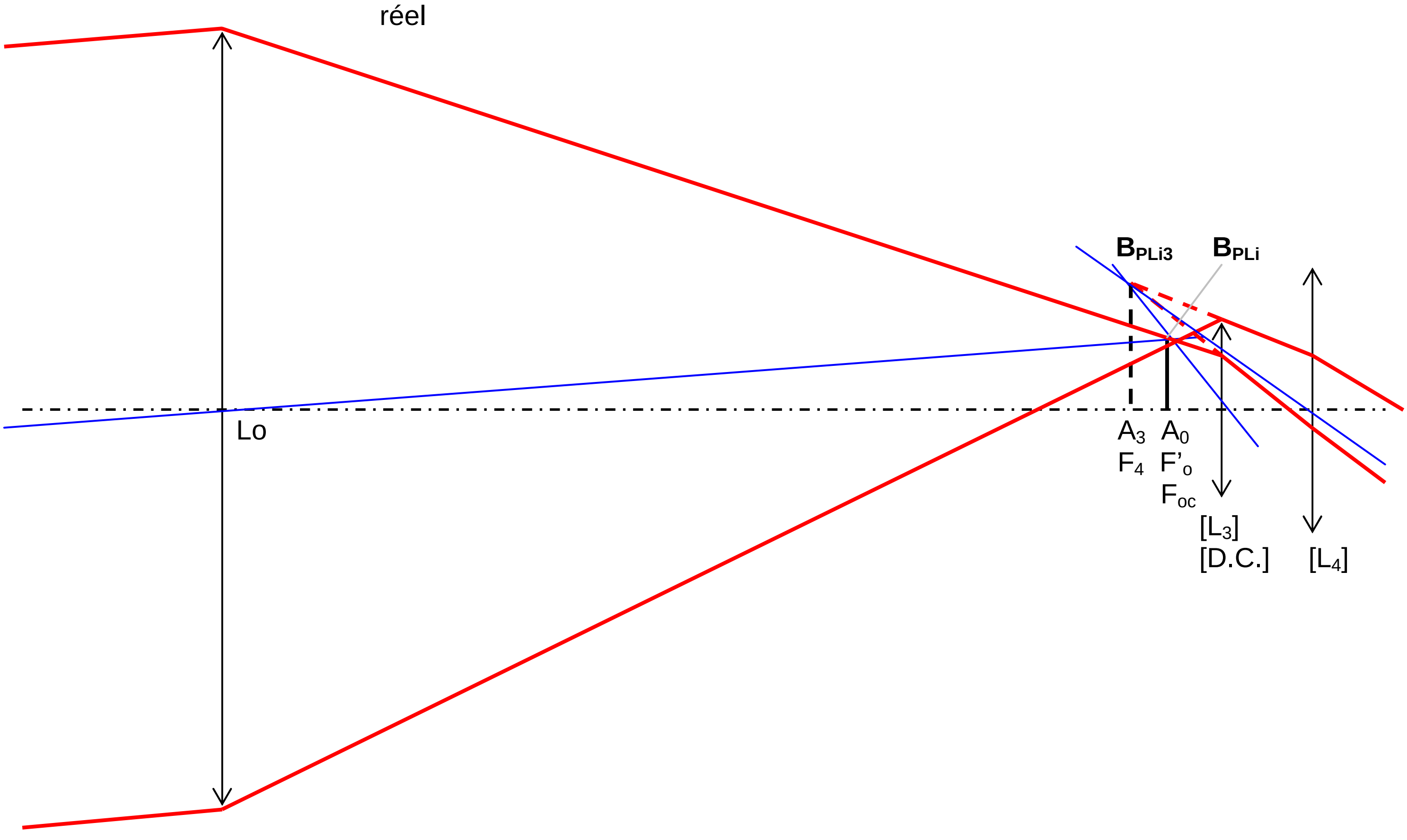
- Calcul du champ image de pleine lumière

$$G = \left| \frac{\tan \alpha'_{PL}}{\tan \alpha_{PL}} \right| \qquad \tan \alpha'_{PL} = G \times \tan \alpha_{PL} \quad \text{d'où } \alpha'_{PL} = 12{,}09°$$

le diamètre du champ apparent de pleine lumière image est $2\,\alpha'_{PL}$ = 24,18°

4) $AB_{PL} \xrightarrow{\text{Obj}} A_oB_{PLi} \xrightarrow{L_3} A_3B_{PLi3} \xrightarrow{L_4} A'B'_{PL}$

AB_{PL}	A_oB_{PLi}	A_3B_{PLi3}	$A'B'_{PL}$
∞	[F'obj]	[F_4]	∞
	[Foc]	virtuel	
	réel		



Pour un instrument subjectif, le diaphragme de champ de contour est situé sur un plan des champs intermédiaire réel.
Le diaphragme de champ de contour serait situé en [F'o] ≡ [Foc].
Son diamètre serait $2r_{PLi} = 7{,}14mm$

5)

- calcul de la limite de résolution due à la diffraction :

la mise au point est réalisée à l'infini.

$$\alpha\lim_{diff} = \frac{1{,}22\ \lambda}{2Rpe} \quad \text{avec} \quad Pe \equiv D.O. \equiv Lobj$$

$$\alpha\lim_{diff} = \frac{1{,}22 \times 550.10^{-6}}{30}$$

$$\alpha\lim_{diff} = 2{,}24.10^{-5}\ rad$$

- calcul de la limite de résolution due à l'œil :

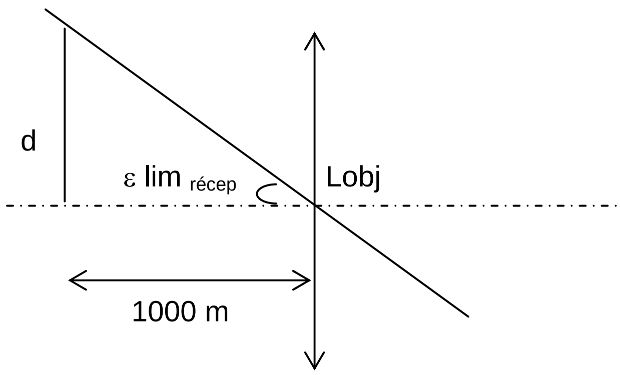
$\varepsilon' = 1{,}5' = 4{,}36.10^{-4}$ rad

$\varepsilon \lim_{récep} = \varepsilon' / G = 4{,}36.10^{-4}$ rad

$\varepsilon \lim_{récep} = 3{,}05.10^{-5}$rad

la limite de résolution est imposée par l'œil, elle est de $3{,}05.10^{-5}$rad

- calcul à 1000m :

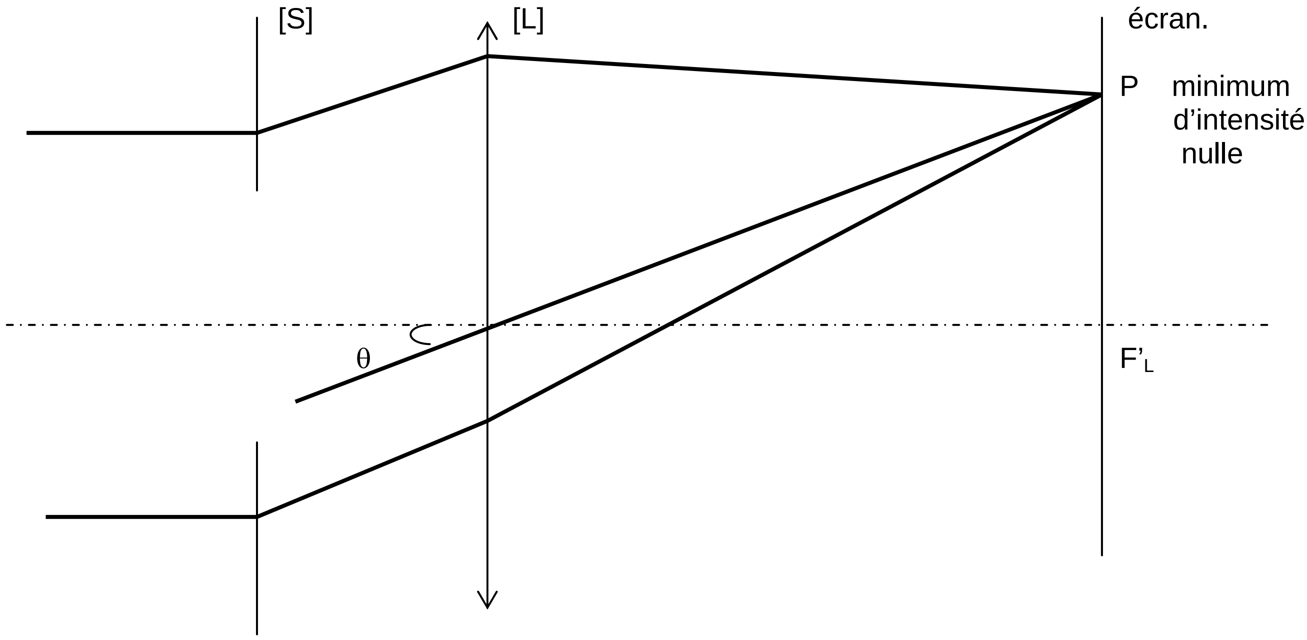


soit d la distance minimale entre les deux points :

$d = \varepsilon \lim_{récep} \times 1000$

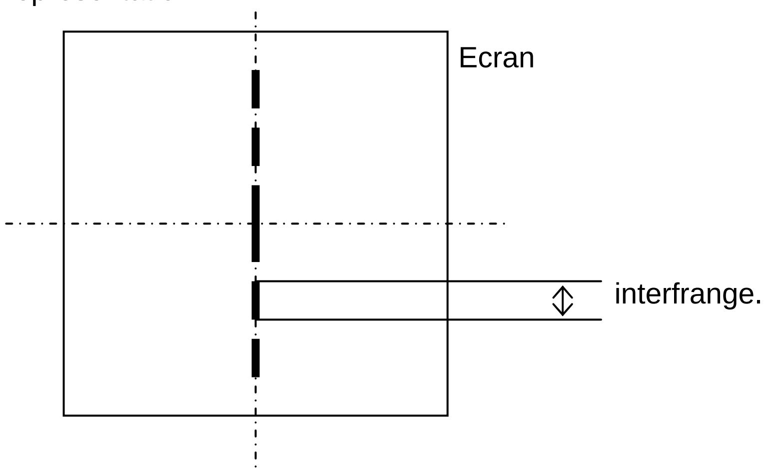
d = 30,5mm

OPTIQUE PHYSIQUE



1) Sur l'écran nous observons une figure de diffraction composée d'une tache centrale brillante entourée de taches latérales deux fois moins larges et beaucoup moins brillantes, car l'intensité décroît très rapidement.
   L'incidence étant normale, la figure de diffraction est centrée sur F'_L, foyer image de L et image géométrique de la source.

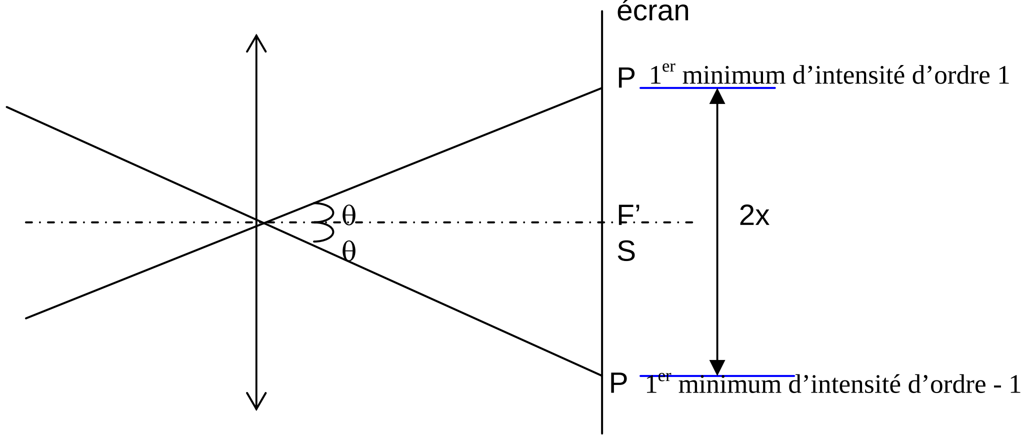
   Représentation :



les minima entourant la tâche centrale sont distincts de 2 interfranges.

2) la direction θ d'un minimum d'intensité est donné par $\sin \theta - \sin i = k (\lambda / e)$

i étant l'incidence, comme i = 0° alors $\sin \theta = k (\lambda / e)$



pour le minimum d'ordre 1 $\sin \theta = \lambda / e = 0,0422$

soit x la valeur de l'interfrange :

$\tan \theta = x / f'$ $\Rightarrow$ $x = f' . \tan \theta$ $\tan \theta \cong \sin \theta \cong \theta$ rad

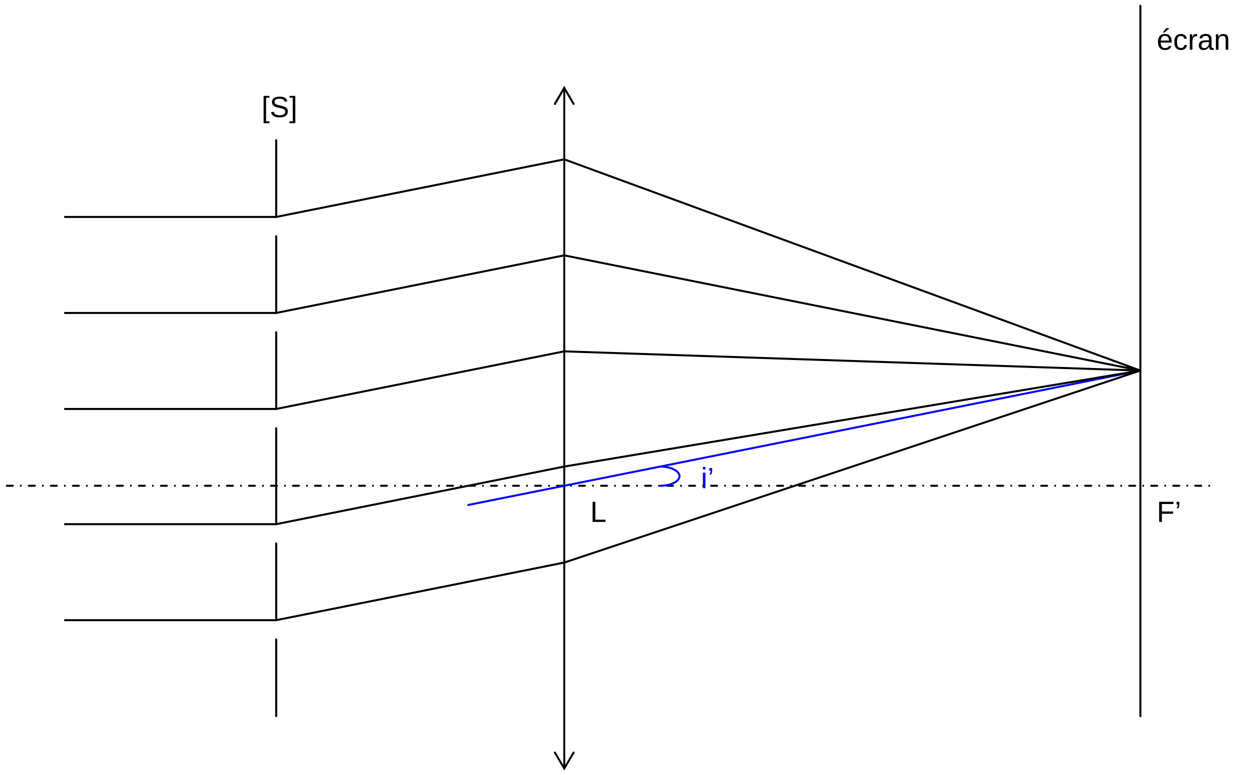
d'où l'expression de l'interfrange :

$x = \theta . f'$ $\Rightarrow$ $x = (\lambda / e) . f'$

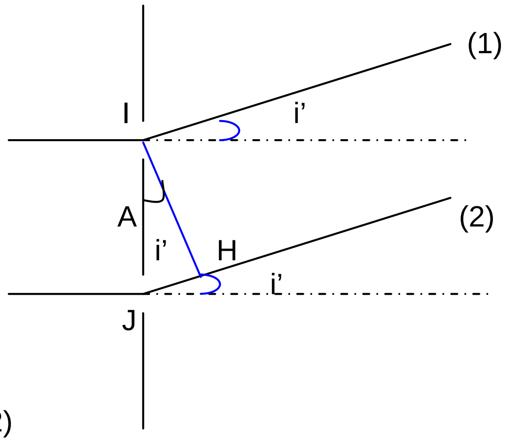
A.N. : x = 42,2mm

II.

1)



Soient (1) et (2), deux vibrations diffractées pas 2 fentes consécutives du réseau dans la direction i'.



$\delta = (JH)$

$\delta = JH$

$\sin i' = JH / a$

$\delta = a . \sin i'$

2)

L'intensité de l'onde résultante diffractée par les N fentes du réseau, dans la direction i', est maximale lorsque les vibrations diffractées par chaque fente sont en phase deux à deux.

Soit deux vibrations en phase diffractées dans la direction i', par deux fentes consécutives du réseau :

Le déphasage entre ces deux vibrations est $\Delta\varphi = 2k\pi = (2\pi\delta / \lambda)$ d'où $\delta = k\,\lambda$

Donc $a \,.\, \sin i' = k\,\lambda$

D'où $\sin i' = k\,(\lambda / a)$ $k \in Z$

$-\pi/2 \leq i' \leq \pi/2$

$-1 \leq \sin i' \leq 1$

$-1 \leq k\,(\lambda / a) \leq 1$

$-a / \lambda \leq k \leq a / \lambda$

A.N. : $-7{,}9 \leq k \leq 7{,}9$ $k \in Z$

$-7 \leq k \leq 7$ on observe alors 15 maxima principaux sur l'écran

3) a)
soit $i'_{k\lambda 2}$ la direction du $k^{ième}$ maximum pour $\lambda 2 = 750$ nm
soit $i'_{k+1\lambda 1}$ la direction du $k + 1^{ième}$ maximum pour $\lambda 1 = 400$ nm

il y a chevauchement à l'ordre k si $i'_{k\lambda 2} \geq i'_{k+1\lambda 1}$

$\sin i'_{k\lambda 2} \geq \sin i'_{k+1\lambda 1}$

$k\,(\lambda 2 / a) \geq (k+1)(\lambda 1 / a)$

$k\,(\lambda 2 - \lambda 1) \geq \lambda 1$ donc $k \geq \lambda 1 / (\lambda 2 - \lambda 1)$

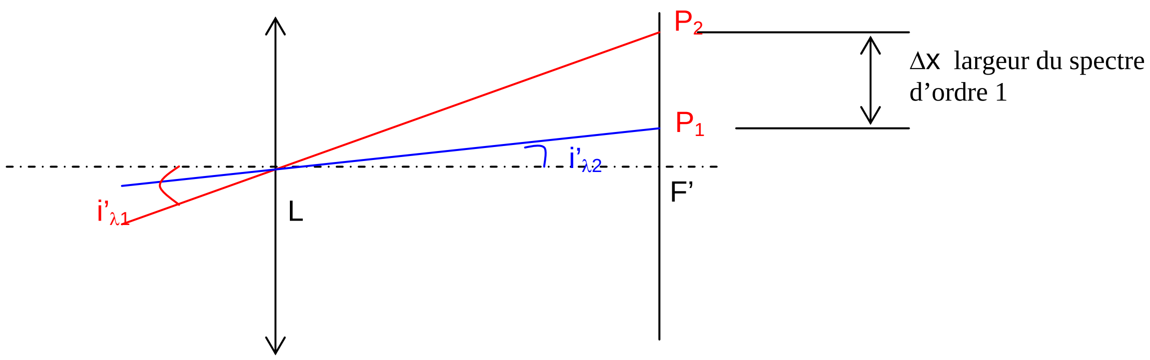
si $k < \lambda 1 / (\lambda 2 - \lambda 1)$ les spectres sont isolés.

A.N. : $k < 1{,}14$

Si $-1 \leq k \leq 1$ les spectres sont isolés.

On observe 3 spectres isolés.

3) b)



$\Delta x = F'P_2 - F'P_1$ avec $\tan i'_{\lambda 1} = (F'P_1) / f'$

$F'P_1 = f' \,.\, \tan i'_{\lambda 1}$ et $\sin i'_{\lambda 1} = \lambda_1 / a = 0{,}08$

D'où $F'P_1 = 80{,}26$ mm

De même $\sin i'_{\lambda 2} = 0{,}15$

D'où $F'P_2 = 151{,}72$ mm

Donc $\Delta x = 151{,}72 - 80{,}26$
$\Delta x = 71{,}46$ mm

comme i = 0°, la largeur du spectre d'ordre –1 est la même que celle d'ordre 1, car les maxima principaux d'ordre 1 et –1 sont symétriques par rapport F'.

le spectre d'ordre 0 est confondu avec F' pour cet ordre $i'_{\lambda 2} = i'_{\lambda 1} = 0$.
Ce spectre est de la couleur de la lumière initiale.

Important : Ce corrigé n'a pas de valeur officielle et n'est donné qu'à titre informatif sous la responsabilité de son auteur par