Corrigé de l'épreuve d'Optique / BTSOL 2007

J.Hormière (21 mai 2007)

A - Optique géométrique

Étude de l'oculaire

1. Le symbole de l'oculaire $p/q/r$ et son paramètre a sont tels que :

   p, q, r sont premiers entre eux ; $f'_1 = p\ a$; $e = \overline{O_1O_2} = q\ a$; $f'_2 = r\ a$.

   $f'_1 = 45$ mm $= 3 \times 15$ mm $\qquad e = 30$ mm $= 2 \times 15$ mm $\qquad f'_2 = 15$ mm $= 1 \times 15$ mm

   Le doublet a donc pour symbole 3/2/1 et pour paramètre $a = 15$ mm.

2. Les formules de Gullstrand donnent la distance focale image et les positions des points cardinaux.

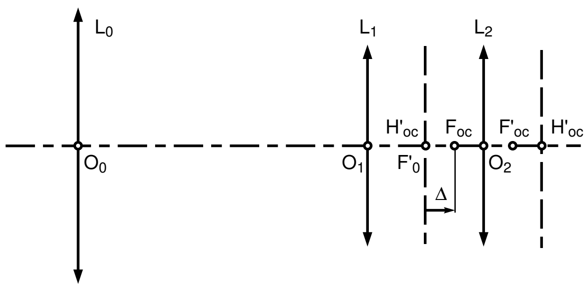
   $$f'_{oc} = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = \frac{45 \times 15}{45 + 15 - 30} = +\ 22{,}5 \text{ mm}$$
   $$\overline{O_1H_{oc}} = e\ \frac{f'}{f'_2} = 2\ a\ \frac{22,5}{a} = +\ 45 \text{ mm}$$
   $$\overline{O_1F_{oc}} = \overline{O_1H_{oc}} + \overline{H_{oc}F_{oc}} = \overline{O_1H_{oc}} - f'_{oc} = 45 - 22{,}5 = +\ 22{,}5 \text{ mm}$$
   $$\overline{O_2H'_{oc}} = -e\ \frac{f'}{f'_1} = 2\ a\ \frac{22,5}{3\ a} = -\ 15 \text{ mm}$$
   $$\overline{O_2F'_{oc}} = \overline{O_2H'_{oc}} + \overline{H'_{oc}F'_{oc}} = \overline{O_2H'_{oc}} + f'_{oc} = -\ 15 + 22{,}5 = +\ 7{,}5 \text{ mm}$$

   Remarque

   L'oculaire est un doublet *négatif* (son foyer principal objet est virtuel) ;
   il est de type Dollond (ou Huygens).

Étude de l'instrument

1. $\overline{F'_0F_{oc}} = \overline{F'_0O_0} + \overline{O_0O_1} + \overline{O_1F_{oc}} = -\ 320 + 305 + 22{,}5 = +\ 7{,}5$ mm



Remarques

- F'_0 est confondu avec H'_{oc}
- La distance calculée est l'*intervalle optique* Δ de l'instrument.

2. (a) Comme l'observateur emmétrope n'accommode pas, l'image instrumentale P' qu'il regarde est à l'infini. En conséquence, l'image objective P_0 est dans le plan focal objet de l'oculaire, et l'objet, dans le plan focal objet de l'instrument.

$$P \equiv F \xrightarrow{L_0} P_0 \equiv F_{oc} \xrightarrow{Oc} P' \equiv \infty$$

En appliquant à l'objectif la formule de conjugaison de Newton, on obtient :

$$\overline{F_0P}.\overline{F'_0P_0} = \overline{F_0P}.\overline{F'_0F_{oc}} = -f_0'^2 \qquad \Longrightarrow \qquad \overline{F_0P} = \frac{-f_0'^2}{\overline{F'_0F_{oc}}} = \frac{-320^2}{7,5} = -\ 13\ 653 \text{ mm}$$

$\overline{PO_0} = \overline{PF_0} + \overline{F_0O_0} = 13\ 653 + 320 = 13\ 973$ mm, soit environ 14 m.

(b) Le diamètre d'ouverture de l'objectif est $\text{Ø}_0 = \dfrac{f'_0}{N} = \dfrac{320}{10} = 32$ mm

Dans le premier espace intermédiaire, la pupille est le diaphragme, conjugué dans cet espace, vu de P_0 sous l'angle le plus petit.

Or, comme L_0 et L_1 sont dans le premier milieu intermédiaire, ils sont confondus avec leurs conjugués respectifs dans le premier espace intermédiaire.

Les angles à comparer sont :

β_0, tel que $\tan\beta_0 = \dfrac{16}{327,5} = 0{,}0489$ $\qquad$ β_1, tel que $\tan\beta_1 = \dfrac{6}{22,5} = 0{,}2667$

L'angle le plus petit est celui dont la tangente est la plus petite : c'est assurément β_0.

L_0 est bien diaphragme d'ouverture, et le diaphragme restant L_1 – puisque L_2 n'intervient pas – est diaphragme de champ.

(c) Dans le premier espace intermédiaire (espace de l'image objective P_0), le faisceau utile issu de P_0 s'appuie sur la pupille intermédiaire, c'est-à-dire L_0.
Le faisceau utile à la limite du champ de pleine lumière, de sommet PL_0 s'appuie sur la pupille intermédiaire L_0 et tangente intérieurement la lucarne intermédiaire L_1.

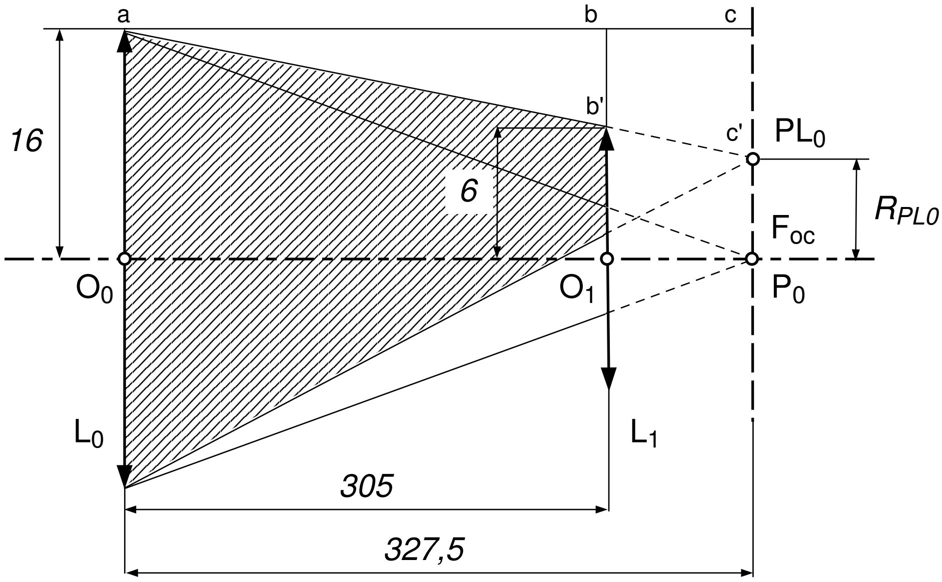
Le rayon du champ de pleine lumière R_{PL0} se déduit du schéma ci-après.
En effet, dans les deux triangles rectangles semblables abb' et acc' on peut écrire :

$\dfrac{ab}{bb'} = \dfrac{ac}{cc'}$, soit $\dfrac{305}{16-6} = \dfrac{327,5}{16 - R_{PL0}}$, d'où l'on tire :

$R_{PL0} = 5{,}26$ mm et $\text{Ø}_{PL0} = 10,52 \simeq 10{,}5$ mm

Le grandissement transversal de l'objectif est, en valeur absolue, $|g_{y0}| = \left|\dfrac{f'_0}{\overline{F_0P}}\right| = \dfrac{7,5}{320}$.
Il s'ensuit le diamètre du champ de pleine lumière objet :

$$\text{Ø}_{PL} = \frac{\text{Ø}_{PL0}}{|g_{y0}|} = 10,5 \times \frac{320}{7,5} = 448 \text{ mm, soit environ 45 cm.}$$



Le demi-champ apparent de pleine lumière est ω'_{PL}, tel que :

$$\tan \omega'_{PL} = \frac{R_{PL0}}{f'_{oc}} = \frac{5,26}{22,5} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega'_{PL} = 13{,}16^\circ$$

Le champ apparent de pleine lumière a donc une valeur d'environ 26,3°.

(d) Le cercle oculaire est le conjugué du diaphragme d'ouverture dans l'espace image de l'instrument.

En appliquant les formules de Newton :

$$\overline{F'_{oc}CO} = \frac{-f'^2_{oc}}{\overline{F_{oc}L_0}} = \frac{-22,5^2}{-327,5} = +\ 1{,}55 \text{ mm}$$

$\overline{O_2CO} = \overline{O_2F'_{oc}} + \overline{F'_{oc}CO} = 7{,}5 + 1{,}55 = 9{,}05$ mm, soit environ 9 mm.

$$\varnothing_{CO} = \varnothing_0 \left| \frac{f'_{oc}}{\overline{F_{oc}L_0}} \right| = 32 \times \frac{22,5}{327,5} = 2{,}2 \text{ mm}$$

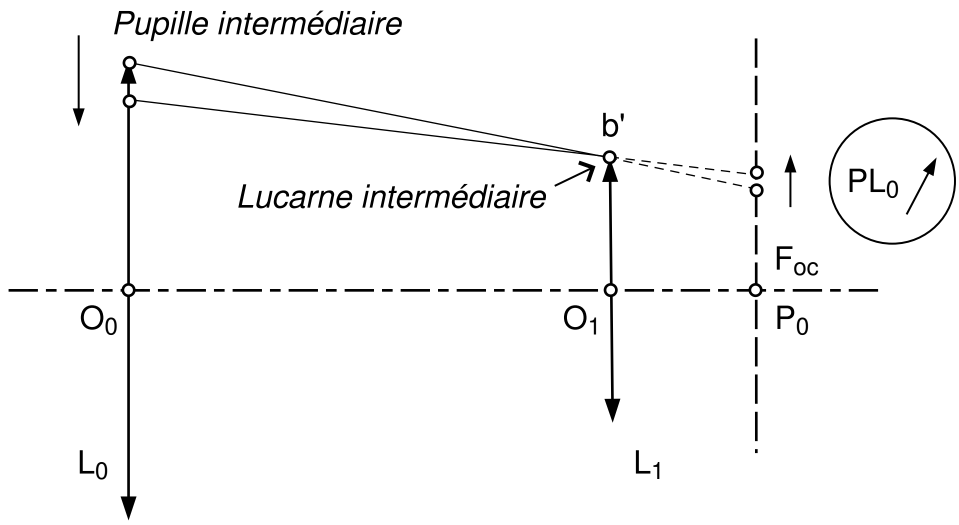
(e) La pupille de l'œil est plus petite que le cercle oculaire : elle diaphragme artificiellement l'instrument.
En appliquant l'inverse du grandissement aux pupilles de l'instrument, déjà explicité dans la question précédente, on trouve comme nouvelle ouverture utile de l'objectif :

$\varnothing P_e = \dfrac{327,5}{22,5} \times 2 = 29{,}11$ mm (environ 29 mm).

Comme le champ moyen de l'instrument (dans le cas d'un système avec un seul diaphragme de champ) est obtenu pour une pupille de diamètre tendant vers zéro, la diminution de la pupille va donner un accroissement du champ de pleine lumière et une diminution du champ total.

Dans le cas de figure traité, la limite du champ de pleine lumière est donnée par l'intersection, avec le plan de l'image objective, du rayon qui passe par les bords supérieurs de la pupille et de la lucarne.
Quand la pupille diminue, ce rayon tourne autour du bord de la lucarne intermédiaire

b', et le point P_{L0} s'éloigne de l'axe optique. D'où l'accroissement du diamètre du champ de pleine lumière.



3. L'instrument donne d'un objet à l'infini une image objective située dans le plan focal image de l'objectif et une image instrumentale située dans le plan focal image de l'instrument.

$$\infty \xrightarrow{L_0} F'_0 \xrightarrow{Oc} F'$$

$$\overline{F_{oc}F'_0}.\overline{F'_{oc}F'} = -f'^2_{oc} \qquad \Longrightarrow \qquad \overline{F'_{oc}F'} = \frac{-f'^2_{oc}}{\overline{F_{oc}F'_0}} = \frac{-22,5^2}{-7,5} = +\ 67{,}5 \text{ mm}$$

$$\overline{O_2F'} = \overline{O_2F'_{oc}} + \overline{F'_{oc}F'} = 7{,}5 + 67{,}5 = +\ 75 \text{ mm}$$

L'image instrumentale, située après le verre d'œil, est bien réelle.

Sa dimension peut être calculée à partir de la focale de l'instrument d'optique :

$$f' = \frac{-f'_0 f'_{oc}}{\Delta} = \frac{-320 \times 22,5}{7,5} = -\ 960 \text{ mm}$$

$y' = |f'|.\theta(rad) = 960 \times 9,3\ 10^{-3} = 8{,}93$ mm,
soit environ 9 mm.

B - Optique physique

1. Construction par les surfaces d'onde.
   Les rayons des cercles sont inversement proportionnels aux indices de réfraction.

   Voir construction à la fin.

2. Le rayon ordinaire est polarisé perpendiculairement à l'axe du cristal.

   Les deux rayons étant polarisés à angle droit, on en déduit la polarisation du rayon extraordinaire.

3. Comme le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe du cristal, les réfractions des rayons ordinaire et extraordinaire suivent la loi de DESCARTES-SNELL ($n \sin i = n' \sin i'$).

   Le rayon ordinaire passe en J dans un milieu plus réfringent ($n > n_o$) : il se rapproche donc de la normale, et est dévié vers le haut.

   Le rayon extraordinaire, au contraire, passe dans un milieu moins réfringent ($n < n_e$) ; il s'éloigne de la normale, et est dévié vers le bas.

   À la sortie du second prisme en K_o et K_e, les deux rayons passent dans un milieu moins réfringent ($1 < n_o$ et n_e) ; ils s'éloignent des normales.

   Voir construction à la fin.