Corrigé de l'épreuve d'Optique / BTSOL 2008

J.Hormière (14 mai 2008)

Important

Ce corrigé n'a pas de valeur officielle et n'est donné qu'à titre informatif par Acuité, sous la responsabilité de son auteur.

Optique géométrique

I. Étude de l'oculaire

1. La puissance intrinsèque de l'oculaire et égale à son grossissement comercial multiplié par quatre dioptries.

   $P_{ioc} = G_{coc} \times 4\delta = 6 \times 4\delta = 24\ \delta$

   La focale de l'oculaire est l'inverse de sa vergence, ou l'inverse de sa puissance intrinsèque :

   $f'_{oc} = \dfrac{1}{D_{oc}} = \dfrac{1}{P_{ioc}} = \dfrac{1}{24}$ m, soit $f'_{oc} = \dfrac{1000}{24} = 41{,}\overline{6}$ mm

2. Si a est le paramètre du doublet, et (3, 2, 1) son symbole, alors $f'_1 = 3a$, $e = 2a$; $f'_2 = a$.

   La formule des vergences de Gullstrand donne après simplification,
   $f'_{oc} = \dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = \dfrac{3a \times a}{3a + a - 2a} = 1,5\ a$
   On en tire $a = \dfrac{41,\overline{6}}{1,5} = 27{,}\overline{7}$ mm
   Il s'ensuit, $f'_1 = 3 \times 27,\overline{7} = 83{,}\overline{3}$ mm ; $e = 2 \times 27,\overline{7} = 55{,}\overline{5}$ mm ; $f'_2 = 27{,}\overline{7}$ mm.

3. L'oculaire est positif si son foyer principal objet F_{oc} est réel, négatif, s'il est virtuel.
   Cherchons la position de ce foyer, par conjugaison :

$$F_{oc} \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$$

$$\frac{1}{\overline{L_1F_{oc}}} = \frac{1}{\overline{L_1F_2}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{\overline{L_1L_2} + \overline{L_2F_2}} - \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{2a - a} - \frac{1}{3a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{3a} = \frac{2}{3a}$$
d'où $\overline{L_1F_{oc}} = 1,5\ a = f'_{oc} = 41{,}\overline{6}$ mm

Comme F_{oc} se trouve après la première lentille de l'oculaire, c'est un point virtuel.
L'oculaire est donc négatif.

L'oculaire est achromatique apparent si la condition $f'_1 + f'_2 = 2e$ est satisfaite – ce qui est le cas, car $3a + a = 2 \times 2a = 4a$ – et si les deux verres sont fait dans le même matériau – ce que l'on supposera.

II. Étude de l'objectif

1. Le doublet objectif mince est achromatique si la relation suivante est satisfaite :

$$\frac{D_{01}}{\nu_1} + \frac{D_{02}}{\nu_2} = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{D_{01}}{60,5} + \frac{D_{02}}{35,5} = 0 \quad (1)$$

2. Comme l'objectif est mince, sa vergence est égale à la somme des vergences des deux lentilles qui le composent :

$$D_0 = D_{01} + D_{02} \qquad \text{soit} \qquad D_{01} + D_{02} = \frac{1000}{80} = 12{,}5\ \delta \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) constituent un système linéaire à deux inconnues.

On tire D_{02} de la première équation et on le substitue dans la seconde, ce qui donne :

$$D_{01} - \frac{35,5}{60,5}\, D_{01} = 12{,}5\ \delta, \text{ d'où}$$

$$D_{01} = +\ 30{,}25\ \delta \qquad \& \qquad D_{02} = 12{,}5 - 30{,}25 = -\ 17{,}75\ \delta$$

3. La vergence d'une lentille mince est égale à la somme des vergences des deux dioptres qui la composent :

$$D_{01} = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Pour une lentille équiconvexe, $R_2 = -R_1$, ce qui donne : $D_{01} = \dfrac{2(n-1)}{R_1}$

Numériquement, $\quad 30,25 = \dfrac{2(n-1)}{34\ 10^{-3}} \quad \Rightarrow \quad n = 1 + \dfrac{30,25 \times 34}{2 \times 1000} = 1{,}514$

III. Étude du viseur

1. Comme l'observateur emmétrope n'accommode pas, l'image instrumentale est située à l'infini et l'image objective est dans le plan focal objet de l'oculaire.

$$A \equiv F \xrightarrow{L_0} A_0 \equiv F_{oc} \xrightarrow{L_1} A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{L_2} A' \equiv \infty$$

La formule de conjugaison de Newton appliquée à l'objectif fournit l'intervalle optique recherché :

$$\overline{F_0A}\ .\ \overline{F'_0F_{oc}} = -f_0'^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta = \overline{F'_0F_{oc}} = \frac{-f_0'^2}{\overline{F_0A}}$$

$$\overline{F_0A} = \overline{F_0L_0} + \overline{L_0A} = 80 - 130 = -\ 50 \text{ mm}$$

$$\Delta = \frac{-80^2}{-50} = +\ 128 \text{ mm}$$

2. D'après Newton, $\quad \gamma_0 = \dfrac{-\overline{F'_0F_{oc}}}{f'_0} = \dfrac{-128}{80} = -\ 1{,}6$

3. La puissance du viseur, exprimée en dioptrie, est la valeur absolue du quotient du diamètre apparent θ' de l'image, exprimé en radian, et de la taille de l'objet y, exprimée en mètre.

Si y_0 est la taille de l'image objective, alors $P = \left|\dfrac{\theta'}{y}\right| = \left|\dfrac{\theta'}{y_0}\right| \times \left|\dfrac{y_0}{y}\right|$

L'image instrumentale étant à l'infini, $\left|\dfrac{\theta'}{y_1}\right|$ est la puissance intrinsèque de l'oculaire.

En fin de compte, $P = |\gamma_0 \times P_{ioc}| = 1,6 \times 24 = 38,4\ \delta$

Remarque : La puissance peut également être définie en valeur algébrique par :

$$P_a = \frac{-\theta'}{y},\text{ avec les conventions usuelles de signes.}$$

La valeur numérique négative obtenue (– 38,4 δ) traduit alors le fait que le viseur est un système divergent, au travers duquel on voit *à l'envers*.

4. (a) La lucarne d'entrée est le conjugué objet du diaphragme de champ à travers tous les composants qui le précèdent.
Ici, pour l'obtenir, il suffit de conjuguer L_1 à travers L_0 :

$$L_e \xrightarrow{L_0} L_1$$

$$\frac{1}{\overline{L_0L_e}} = \frac{1}{\overline{L_0L_1}} - \frac{1}{f'_0}$$

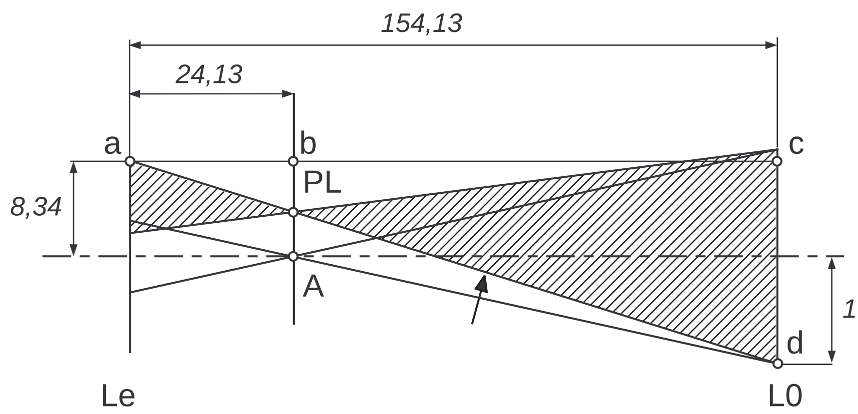
avec $\overline{L_0L_1} = \overline{L_0F'_0} + \overline{F'_0F_{oc}} + \overline{F_{oc}L_1} = 80 + 128 - 41,\overline{6} = +\ 166,\overline{3}$ mm

$$\frac{1}{\overline{L_0L_e}} = \frac{1}{166,\overline{3}} - \frac{1}{80} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{L_0L_e} = -\ 154,\overline{13}\text{ mm}$$

Le grandissement transversal permet de calculer le diamètre de la lucarne d'entrée :

$$\varnothing L_e = \varnothing L_1 \times \left|\frac{\overline{L_0L_e}}{\overline{L_0L_1}}\right| = 18 \times \frac{154,\overline{13}}{166,\overline{3}} = 16{,}68\text{ mm}$$

(b) Le champ de pleine lumière dans l'espace objet est obtenu en traçant tout d'abord le faisceau utile de sommet A et qui s'appuie sur la pupille d'entrée L_0, puis en déplaçant transversalement le sommet de ce faisceau jusqu'à ce qu'il vienne tangenter la lucarne d'entrée L_e (faisceau hachuré sur la figure ci-après). Le rayon ad qui définit la limite supérieure du champ de pleine lumière est fléché en noir.



Les deux triangles rectangles $abPL$ et acd sont semblables et leurs côtés sont donc proportionnels :

$$\frac{bPL}{cd} = \frac{ab}{ac} \qquad \text{or} \qquad bPL = 8,34 - R_{PL} \text{ et } cd = 8,34 + 10 = 18{,}34 \text{ mm}$$

$$\frac{8,34 - R_{PL}}{18,34} = \frac{24,13}{154,13} \quad \Rightarrow \quad R_{PL} = 5{,}47 \text{ mm et } \text{Ø}_{PL} = 10{,}9 \text{ mm}$$

(c) Le champ image de pleine lumière se déduit par application de la puissance :
$P = \dfrac{\omega_{PL}}{R_{PL}} = 38{,}4 \qquad \omega'_{PL} = 38,4 \times 5,47\ 10^{-3} = 0{,}21$ rad soit environ 12°

Le champ image de pleine lumière a donc un diamètre apparent de 24°.

(d) Le seul plan conjugué réel est celui de $[F_2]$. C'est là qu'il faut placer un diaphragme pour éliminer le champ de contour. Son diamètre doit être celui du champ de pleine lumière à cet endroit-là.

Le rayon recherché R_{PL2} a pour image ω'_{PL}. Ils sont reliés par la puissance du verre d'œil :

$$P_{L2} = \frac{\omega'_{PL}}{R_{PL2}} = \frac{1}{f'_2} = \frac{1000}{27,\overline{7}} = 36\ \delta$$

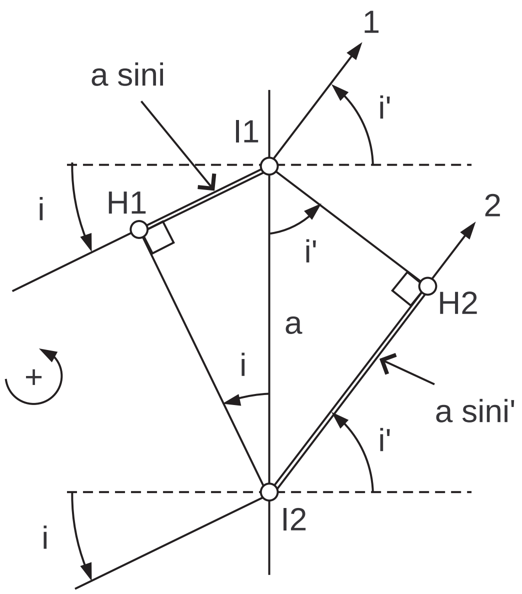
Ce qui donne en définitive, $R_{PL2} = \dfrac{0,21}{36}$ m, soit 5,83 mm.

Le diamètre du diaphragme devra être égal à 11,7 mm.

(e) Voir dernière feuille du corrigé.

Optique physique

1. Les angles sont orientés à partir des normales au réseau.
   Leur signe est défini selon la convention trigonométrique.



2. La différence de marche, ou différence de chemin optique entre les rayons 2 et 1 est :

   $\delta = I_2H_2 - I_1H_1$

3. On retrouve dans les deux triangles rectangles $I_1I_2H_1$ et $I_2I_1H_2$ les angles i et i'.

   D'où $\delta = a\sin i' - a\sin i = a(\sin i' - \sin i)$ avec le pas du réseau $a = \dfrac{1}{N}$

   Quand les vibrations associées à 1 et 2 sont en phase, la différence de marche est égale à un nombre entier de longueurs d'onde (entier relatif k).

   De là $a(\sin i' - \sin i) = k\lambda$ et $\sin i' - \sin i = Nk\lambda$

4. Pour $i = 0$ la relation devient : $\sin i' = Nk\lambda$

   Comme N est en mm^{-1}, λ doit être en mm. $\lambda = \dfrac{\sin i'}{Nk}$

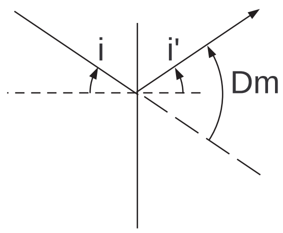
   Les trois applications numériques donnent :

$i'(^\circ)$	16,02	17,47	22,32
$\lambda(nm)$	467,8	508,8	643,7

5. Pour un ordre k donné, l'angle de diffraction i' augmente avec la longueur d'onde.

   Si l'on calcule l'angle de diffraction de la radiation *bleue* pour $k = 2$, on obtient 33,50°, qui est supérieur à 22,32° (angle de diffraction pour le rouge dans l'ordre 1).
   Il n'y a donc pas de superposition entre les spectres d'ordre 1 et 2.

6. Au minimum de déviation, le réseau est axe de symétrie pour un rayon incident et son rayon diffracté.



   D'où $i = -i'$ $D_m = i' - i = 2i'$ $\sin i' - \sin(-i') = 2\sin i' = Nk\lambda$

   et enfin l'expression demandée : $2\sin\left(\dfrac{D_m}{2}\right) = Nk\lambda$

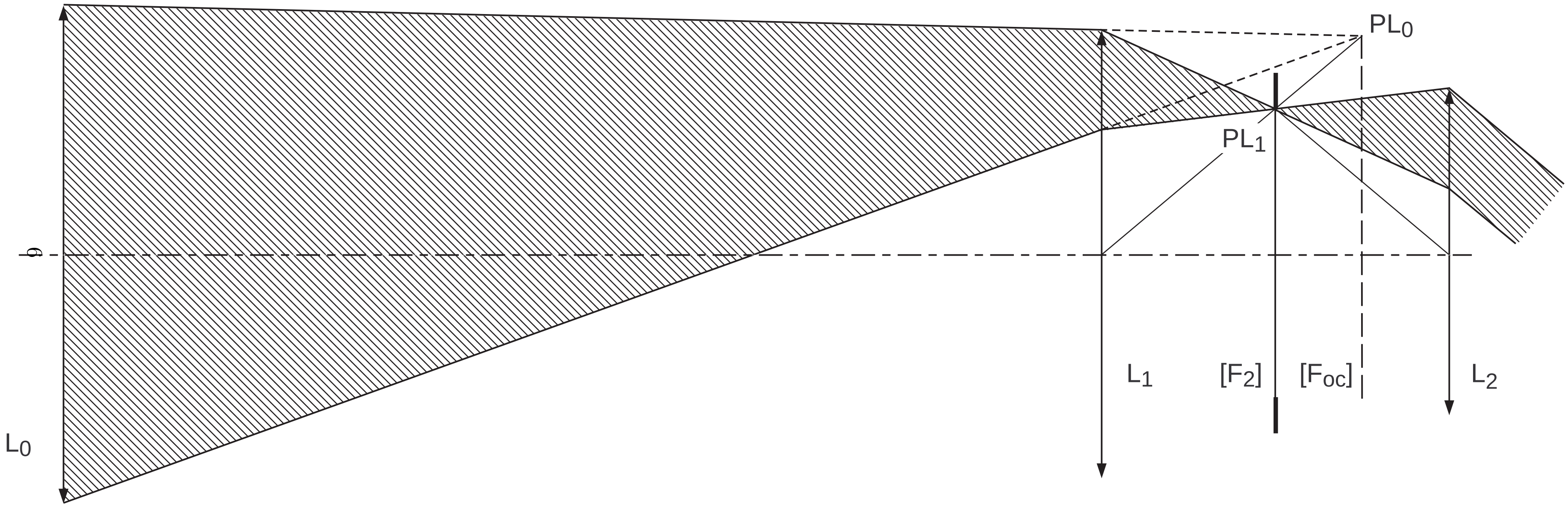
   Application numérique : $k = 1$; $N = 590\ mm^{-1}$; $\lambda = 467{,}8\ nm$ $\Rightarrow$ $D_m = 15{,}86^\circ$

....

Question III.e)

Pour construire le faisceau on procède de la sorte :

– On place lentilles, plans conjugués et le diaphragme qui élimine en $[F_2]$ le champ de contour.
– On relie le bord de PL_1 avec les centres optiques de L_1 et L_2.
– Le premier rayon donne dans le plan de l'image objective $[F_{oc}]$ le bord du champ PL_0.
– Le second rayon donne la direction du faisceau qui émerge du viseur.
– On relie PL_0 aux bords de L_0.
– On complète les tracés.


PL0
PL1
L0
L1
[F2]
[Foc]
L2